

熊本大学 正会員 平井 一男
 八代高専 正会員 O 水田 洋司

逐次積分法を用いて構造物の動的応答解析を行なう場合に、重要な問題となるのは、応答の安定性と刻み時間の関係である。多くの逐次積分法では、安定な応答を示す刻み時間は構造物の最大固有値に関連して決定される。そのため、多自由度の構造物を解析する場合には、非常に微少な刻み時間となり実用に供しないという争い生じる。一般に、高次固有値の影響が小さい様な応答計算においては、高次固有値を消去できるならば、それは数値計算上得策であり、経済的であると思われる。一例としては、計算過程において高次固有値成分に減衰力を作動させて刻み時間を大きくする“Wilsonのθ法”がある。ここで提案する高次固有値の低下法は、系の剛性マトリックスを高次固有値はそのままで、高次固有値を低下させる様な新しい剛性マトリックスに変換しようとするものである。すなわち、剛性マトリックスを柔らかくする事により高次固有値の低下をはかろうとするものである。柔らかくする方法としては、分散マトリックス（仕巻の一点に作用する力を有限区間に分散させる働きをもつマトリックス）を剛性マトリックスの前後から乗ずる方法をとっている。

理論

いま、構造物の剛性マトリックスを K 、分散マトリックスを DM とすると、上述した操作は次式で表わせる。

$$\text{新しい剛性マトリックス} = DM \cdot K \cdot DM \quad (1)$$

(1)式で求めたマトリックスを新しい剛性マトリックスとして使用し、固有値問題、動的応答計算に用いることができる。この場合、動的問題について言えば、高次固有値が低下しているため、安定な刻み時間を幾分長くすることができる。しかし、使用する剛性マトリックスは、 DM により柔らかくされているので、変形が原系よりも大きくなる可能性がある。そのため、エネルギー一定等の条件を導入することにより、補正を行なう必要がある。後述の数値計算例では、この補正を行なっていない。応答に影響を及ぼす低次固有値をかえる事なく、高次固有値のみを低下させる様な分散マトリックスの選定が重要であるが、現段階では、それを決定するまでに至っていない。今後の研究課題とした。

数値計算例、1点に作用する力を7つの点に分散させる（＝分散ベクトルの自由度が7）分散マトリックスを用いて、図-1に示す梁の固有値と動的応答を調べている。

$$\text{固有値問題: } \alpha M' \ddot{w} + K' w = 0 \quad (2)$$

$$\text{動的応答: } \alpha M' \ddot{w} + K' w = \beta F' \quad (3)$$

ここに、 $\alpha = \rho A L^4 / E \cdot I \cdot G$ 、 $\beta = \rho L^3 / E \cdot I$ 、 M' 、 K' 、 F' はそれぞれ無次元のマトリックスとベクトルである。 α は図-1の梁をBernoulli-Eulerの梁と考えた時の最大固有周期が1secになる様に、また β は中央に荷重が作用した時の最大静的たわみが3cmになる様に決定している。また、分散ベクトル DM を次に記す。

$$DM(7)^T = \{0.015, 0.055, 0.175, 0.510, 0.175, 0.055, 0.015\}$$

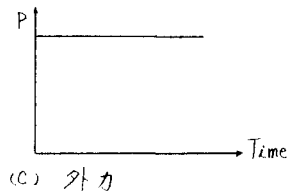
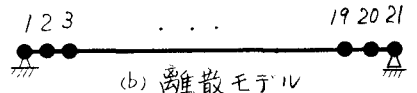
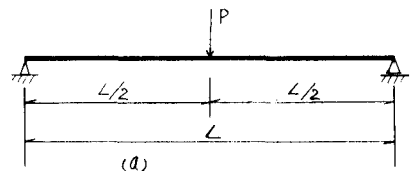


図-1. 数値計算モデル

表-1は、低次と高次の固有振動数の比較を、図-2は応答の比較を示している。ここに原系は、もとの剛性マトリックスを用いて計算しており、修正1は $DM \cdot K \cdot DM$ を、修正2は $DM^2 \cdot K \cdot DM^2$ を新しい剛性マトリックスとして用いて計算を行っている。なお数値計算においては、モーメントの項を消去している。

表-1. 固有値振動数の比較 (Hz)

次数	1	2	3	...	18	19
原系	1.02	4.00	9.00	...	267.45	277.36
修正1	0.98	3.80	8.05	...	66.47	67.17
修正2	0.97	3.60	7.16	...	20.70	20.701

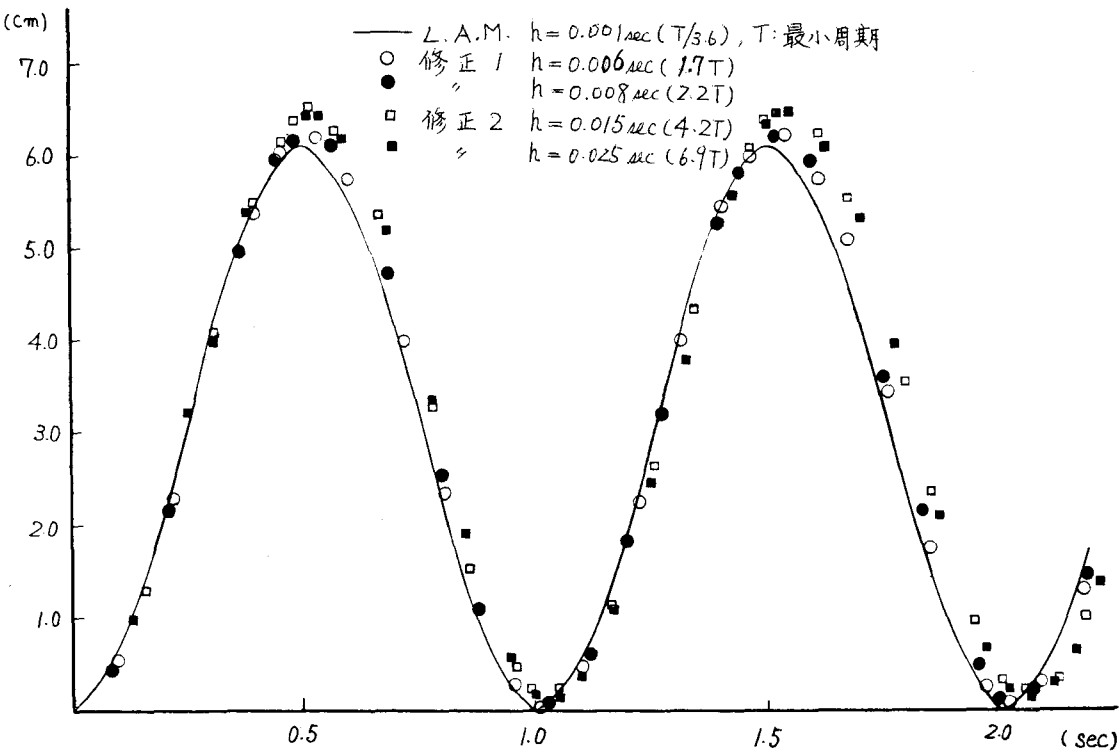


図-2. 応答 (11 質点)

表-1の固有値の比較から理解できる様に分散マトリックスDMを乗ずることにより、固有値は低下している。その影響の度合は低次よりも、高次において著しい。この方法の適用としては逐次積分法による動的応答計算の他に縮合マトリックスを考えている。一般に、仮想仕事、エネルギー等による縮合マトリックスを用いて得られる固有値は、原系の値に比して大きめの値となる。大きさの程度は、ケース・バイ・ケースのため、一概に言えないがこの固有値の低下法と組み合わせて用いれば、低次固有値に関しては、良い結果を得ることが期待できそうである。