

信州大学 学生員 〇沢 島 守 夫

信州大学 正員 谷 本 勉之助

信州大学 正員 夏 目 正太郎

1. まえがき

当研究は 板の曲げ問題に対して 有力な手段である固有関数法を 直交異方性矩形板に適用させることと 目的としたものであり、まず第一階として 周辺固定等分布荷重荷重の場合について解析を行なった。

ここでは、Fadle-Papkovich によって提唱された固有関数法により厳密解を得ようというものである。また 固有関数の取り扱いについては Beam-Function, Fourier 級数など 種々の再直交関係も 利用する方法や、Johnson と Little によって提唱された 重直交関係を用いる方法などが 紹介されているが 当解析においては 展開系列として Fourier 級数を用いた。

2. 解析

右図のように 単位長さあたりの曲げ剛度 D_x , D_y とする直交異方性板の偏微分方程式は

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q, \quad (1)$$

と表わせる。ここで $H = D_1 + 2D_{xy}$, q は 荷重強度である。式(1)の ためみと次の形で示す。

$$w(x, y) = w_h(x, y) + w_p(x, y). \quad (2)$$

ここで w_h は 同次解, w_p は 特殊解 であり

ためみと 式(2)のように表わしたことにより x, y 端辺における固定という境界条件は 次式のようになる

$$\left[\frac{w}{\partial x} \right]_{x=\pm a} = 0, \quad (3-a) \quad \left[\frac{w}{\partial x} \right]_{x=\pm a} = 0, \quad (3-b) \quad \left[\frac{w}{\partial y} \right]_{y=\pm b} = - \left[\frac{w}{\partial y} \right]_{y=\pm b}. \quad (4)$$

さて、本法の手順の概略は w_h を 式(3-b)に代入することにより 固有値方程式

$$\lambda \sinh 2\mu k + \mu \sin 2\lambda k = 0. \quad (\text{ここで } \lambda, \mu \text{ は 物理定数}) \quad (5)$$

が得られ 複素固有関数

$$w_h = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\cos \lambda_k y \cosh \mu_k x, \sin \lambda_k y \sinh \mu_k x \right] \begin{bmatrix} \sin \lambda_k x \cosh \mu_k y \\ -\cos \lambda_k x \sinh \mu_k y \end{bmatrix}_n \text{Anch} \frac{k}{a} y + \text{Conjugate}, \quad (6)$$

が得られる。また w_p と 式(3-a)と 満足するような多項式の形で 表現すると 次式が得られる。

$$w_p = -\frac{q a^4}{24 D_x} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & y^2 & y^4 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

最後に y 端边上での境界条件式(4)に 式(6), (7) を代入し 残りの未定積分定数と 決定し ためみ w を得ようとするものである。ここで 未定積分定数の決定に当っては 式(4)において w_h, w_p を それぞれ Fourier 級数展開して係数比較によって 求めることとする

3. むすび

数値結果は かなり信頼性があると考えられる値が 得られているが 他の方法論との比較検討中である。また、他の境界条件, 荷重条件についても 考慮中である。

(参考文献)

1) 滝本, 谷本, 夏目 “固有関数法による各種支持条件の矩形板の曲げ”

土木学会第29回年次学術講演会講演要旨集

2) B.S. Ramachandra Rao and G.L. Narasimham “Eigenfunction Analysis for Clamped Rectangular, Orthotropic Plates” Int. J. Solids Structures pp 491 to 493 1973, Vol.9