

信州大学 正員 〇滝本 幸夫

正員 谷本 勉之助

正員 夏目 正太郎

1. まえがき 固有関数法による板の曲げ解析は、矩形板<sup>1)</sup>、平行四辺形板<sup>2)</sup>等の解析に有効な手段であることを、我々の研究グループは示してきた。今回は、極座標系を用いることによって、周辺固定扇形板に対しても、固有関数法が適用されうること報告する。同種の手法で、Ramachandra Rao等<sup>3)</sup>が論文を発表しているが、その中において、固有関数から重直交関係を利用する方法がとられ、図-1に示す扇形板の $\phi = 15^\circ$ に対する数値を求めている。ここで述べる方法は、固有関数をFourier級数展開する方法を用い、図-1に示す扇形板に限らず、図-2に示す扇形板に対しても数値を求め、その収束性などの検討を行なった。また荷重状態は、等分布荷重をうけているものとした。

2. 解析 極座標系における板の曲げの基礎微分方程式は、

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right)^2 w = \frac{q}{D} \quad (1)$$

ここで  $w$  はたわみ、 $q$  は荷重強度、 $D$  は板の剛度である。たわみ  $w$  を同次解  $w_h$  と特解  $w_p$  との和の形で表わす。

$$w = w_h + w_p \quad (2)$$

たわみ  $w$  に対して、境界条件を次のように表わすことができる。

$$\begin{bmatrix} w \\ \theta_\phi \end{bmatrix}_{\phi=\pm\phi} = 0, \quad \begin{bmatrix} w \\ \theta_r \end{bmatrix}_{r=a,b} = 0 \quad (3)$$

上式の境界条件を、 $w_h$  と  $w_p$  に関して次のように置換する。

$$\begin{bmatrix} w \\ \theta_\phi \end{bmatrix}_{h, \phi=\pm\phi} = 0, \quad \begin{bmatrix} w \\ \theta_\phi \end{bmatrix}_{p, \phi=\pm\phi} = 0, \quad \begin{bmatrix} w \\ \theta_r \end{bmatrix}_{h, r=a,b} + \begin{bmatrix} w \\ \theta_r \end{bmatrix}_{p, r=a,b} = 0. \quad (4)$$

同次解  $w_h$  は、式(4)の境界条件を処理した形で、次のように表わすことができる。(  $\rho = \phi/\phi$  )

$$w_h = \sum_n [ \cos(\lambda+\phi)\rho, \cos(\lambda-\phi)\rho, \sin(\lambda+\phi)\rho, \sin(\lambda-\phi)\rho ] P(\lambda) [ r^{\lambda-1}, r^{\lambda+1} ] \Delta \quad (5)$$

$P(\lambda)$  は境界条件処理を行なった際に求められる  $4 \times 1$  のマトリックスであり、 $\lambda$  は次の固有値方程式より定められる。

$$\lambda \sin 2\phi \pm \phi \sin 2\lambda = 0 \quad (6)$$

この固有値は、一般に複素根となるが、 $\phi$  が約  $70^\circ$  以上になると数個の実根を有し、 $90^\circ$  のときにはすべて実根となる。また、特解  $w_p$  は次のように表わされる。

$$w_p = (r^2 q / 64 D) [ [ \cos 2\phi, \cos 4\phi, \sin 2\phi, \sin 4\phi ] \Delta_p + 1 ] \quad (7)$$

上式において  $\Delta_p$  は式(4)の境界条件より決定されう。式(5)における未定係数  $\Delta$  は、関数  $\rho$  に関してFourier級数展開することにより、式(4)の最後の条件式より決定されう。

3. あとがき いろいろな角度の扇形板について数値実験を行ない、固有値数約4個位で収束した解が求められた。数値結果については、講演の際に発表する予定である。なお、数値計算は、信州大学工学部のデ-タース-ジョンを主として、東大のHITAC 8700/8800を使用した。

(参考文献)

- 1) 滝本, 谷本, 夏目 “固有関数法による各種支持の矩形板の曲げ” 土木学会第29回年次学術講演会概要集
- 2) 滝本, 谷本, 夏目 “固有関数法による平行四辺形板の曲げ” 土木学会第30回年次学術講演会概要集
- 3) B.S. Ramachandra Rao and J.K. Sridhara “A Bi-Orthogonality Relation for Clamped Sector Plates,” J. Eng. Math. Vol. 4, No. 4