

信州大学

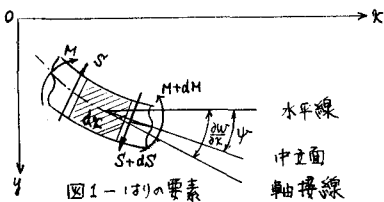
正会員

谷本 秀久助

福山コンサルタント 正会員 ○丸山 泉

1. まえがき 自由振動解析により、固有振動数、振動モードなどの振動特性をより高次まで、かつより正確に求めようとする場合、Bernoulli-Euler理論に基づく振動(ここでは略してBernoulli-Euler振動という)では、精度の点で不十分であるといわれる。そこで、変形については、曲げ変形の他にせん断変形も考え、ほうに作用する慣性抵抗としては、たわみによるもの他にたわみ角による回転慣性も考慮した、Timoshenkoほう理論に基づく振動(ここでは略してTimoshenko振動という)を用いて解析する必要がある。この報告では、数値実験例として単径間はり、および数種の連続はりについて両理論による振動特性の差異について考察する。

2. 基礎方程式 Bernoulli-Euler振動の基礎微分方程式は(1)で示され、Timoshenko振動については図より、(2)(3)式で連立で与えられる。



$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{A\gamma}{g} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0. \quad (1)$$

$$EI \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + kGA \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi \right) = \frac{I\gamma}{g} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}. \quad (2)$$

$$kGA \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi \right) = \frac{I\gamma}{g} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}. \quad (3)$$

(2)、(3)式は最終的には w 、 ψ に関して次のような形の式になる。

$$\left[\frac{\partial^4}{\partial x^4} - \frac{I\gamma^2}{g} \left(\frac{1}{E} + \frac{1}{kG} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{I\gamma^2}{g} \frac{A I^2}{EI} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left(\frac{I\gamma^2}{g} \right)^2 \frac{1}{E} \frac{1}{kG} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \begin{bmatrix} w \\ \psi \end{bmatrix} = 0. \quad (4)$$

3. 連続条件および境界条件 両理論の出發方程式はそれぞれ(1)、(4)の一般解であり、未定定数は連続条件と両端の境界条件から決定する。出發方程式を変形量と力量に分けると次のことが言える。

$$\begin{bmatrix} \nabla(-1) \\ \nabla(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \alpha^* & \beta^* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U(-1) \\ U(1) \end{bmatrix}, \quad \text{但し } U = \begin{bmatrix} w \\ \theta \end{bmatrix}, \quad \nabla = \begin{bmatrix} S \\ M \end{bmatrix}. \quad (5)$$

連続条件、境界条件をすべて取り入れると、三軸マトリックスとなる

$$\begin{bmatrix} B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ A_n & B_n & C_n \\ A_{n+1} & B_{n+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_n \\ U_{n+1} \end{bmatrix} = 0. \quad (6)$$

となる。固有振動数は(6)式の係数行列の行列式がゼロとなる時の値によって表わされるが、これは三軸の掃き出しの手法で最後の1つの小行列に集約され

$$\det. [B_{n+1}] = 0. \quad (7)$$

より求める。Bernoulli-Euler振動、Timoshenko振動とも(7)式を解くことに帰着する。

4. あとがき 数値実験によると、高次モードまで考慮しても振動特性に、両理論の差異はみられなかった。この原因としては、Timoshenko振動の連続条件の中で、たわみ角として曲げモーメントのみによる ψ を用いず、せん断角の影響まで考慮した θ を用いたことによると思われる。Franklin Y. Chengなどは ψ を用いて、高次においては差異があるとしているが、ほうの滑らかな連続性からみて θ でとるのが妥当と思う。数値結果は当日発表の予定。

5. 参考文献 Franklin Y. Cheng, "Timoshenko Beam and Frame Work" ASCE 1972