I-41　曲線部材をもつ格子（演算子法）

信州大学　学生員　○尾崎　一紀
信州大学　正員　谷本　勉之助
信州大学　正員　夏目　正太郎

I.序　任意形状の格子の解析を演算子法で行なう。特に曲線部材については新化有限要素的手法を用いて，解析をより簡単なものにしている。

II.状態ベクトル　一般に格子構造における各部材は，曲げとねじりの挙動を示す。

$$\mathbb{W}(\rho)=\begin{bmatrix}\phi\\ \theta\\ w\\ T\\ M\\ S\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ \frac{1}{L}\\ 1\\ \frac{GJ}{L}\\ -\frac{2EI}{L^2}\\ -\frac{6EI}{L^3}\end{bmatrix}^{D}\begin{bmatrix}1&\rho&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&2\rho&3\rho^2\\ 0&0&1&\rho&\rho^2&\rho^3\\ 0&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&3\rho\\ 0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}\left[\mathbb{N}+\mathbb{K}(\rho)\right].\ (1)$$

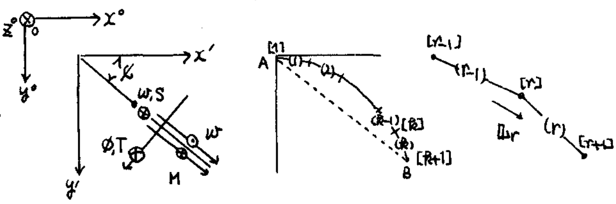

図 a)状態量ベクトル　図b)曲線部材　図c)隣接有限要素

又は，

$$\mathbb{W}(\rho)=\begin{bmatrix}\mathbb{U}(\rho)\\ \mathbb{V}(\rho)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbb{R}(\rho)\\ \mathbb{Q}(\rho)\end{bmatrix}\left[\mathbb{N}+\mathbb{K}(\rho)\right]=\mathbb{D}\mathbb{R}(\rho)\left[\mathbb{N}+\mathbb{K}(\rho)\right].\ (2)$$

ここに，ϕ:ねじれ角，θ:たわみ角，w:たわみ，T:ねじりモーメント，M:曲げモーメント，S:せん断力，GJ:ねじり剛度，EI:曲げ剛度，L:要素長，$\rho=\frac{x}{L}$;部材座標の無次元変数，$\mathbb{N}=\{A,B,C,D,E,F\}$;固有マトリクス，$\mathbb{K}(\rho)$;$\rho$点における荷重マトリクス。

III.荷重マトリクス　荷重作用点における力釣合い条件より求める。荷重の影響は，載荷点を越える毎にその荷重に対応する荷重マトリクスを固有マトリクスに加えていくだけで処理出来る。

IV.要素の結合及び移行公式　各分割要素はある角度を持って結合されているので，物理的結合は，全体座標系に射影する必要がある。

$$\mathbb{I}_r\mathbb{W}_r(0)=\mathbb{I}_{r-1}\mathbb{W}_{r-1}(1),\ (3)\ ,\quad \mathbb{I};\text{射影子マトリクス}$$

これに(2)を代入して

$$\mathbb{N}_r=\mathbb{L}_r\mathbb{N}_{r-1}+\mathbb{L}_r\mathbb{K}_r\ ,(4)$$

となり，固有マトリクスに関する移行子$\mathbb{L}_r$を得る。

V.移行演算　(4)式は次の様に表わせる。

$$\mathbb{N}_r=\mathbb{G}_r\mathbb{N}_1+\mathbb{P}_{r-1}\ .\ (5)$$

ただし，$\mathbb{G}_r=\mathbb{L}_r\mathbb{G}_{r-1}$ ，$\mathbb{P}_{r-1}=\mathbb{L}_r(\mathbb{P}_{r-2}+\mathbb{K}_{r-1})$. (6)

VI.基本式　部材端の力量と変形量について，

$$\mathbb{U}^{L}(0)=\mathbb{R}_1(0)\mathbb{N}_1\ .\ (7)$$

$$\mathbb{U}^{L}(1)=\mathbb{R}_k(1)[\mathbb{N}+\mathbb{K}]_k=\mathbb{R}_k(1)[\mathbb{G}_k\mathbb{N}_1+\mathbb{P}_{k-1}+\mathbb{K}_k]$$
$$=\mathbb{R}_k(1)[\mathbb{G}_k\mathbb{N}_1+\mathbb{P}_k]\ .\ (8)$$

とから，＊へ

＊より

$$\mathbb{N}_1=\begin{bmatrix}\mathbb{R}_1(0)\\ \mathbb{R}_k(1)\mathbb{G}_k\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\mathbb{U}(0)\\ \mathbb{U}(1)\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\mathbb{R}_1(0)\\ \mathbb{R}_k(1)\mathbb{G}_k\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}0\\ \mathbb{R}_k(1)\end{bmatrix}\mathbb{P}_k\ ,\ (9)$$

を得，全体座標系での次の基本式を得る。

$$\begin{bmatrix}\mathbb{V}\\ \mathbb{V}'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\lambda&\mu\\ \lambda'&\mu'\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbb{U}\\ \mathbb{U}'\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\psi\\ \psi'\end{bmatrix}\mathbb{P}_k\ .\ (10)$$

VII.三軸変位方程式　ある節点での力釣合いは，

$$-\Sigma\mathbb{V}'+\Sigma\mathbb{V}+\mathbb{P}=0\ .\ (11)$$

これに(10)を代入して，ユニットに関する変位方程式を得，

$$\left[\mathbb{A}\ \mathbb{B}\ \mathbb{C}\right]_r\begin{bmatrix}\{\mathbb{U}\}_{r-1}\\ \{\mathbb{U}\}_r\\ \{\mathbb{U}\}_{r+1}\end{bmatrix}+\{\mathbb{P}\}_r=0.\ (12)$$

次に全節点について集積すれば，完全変位方程式が求まる。

$$\begin{bmatrix}\mathbb{B}_1&\mathbb{C}_1&&\\ \mathbb{A}_2&\mathbb{B}_2&\mathbb{C}_2&\\ &\cdots\cdots&\cdots\cdots&\\ &&\mathbb{A}_n&\mathbb{B}_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\{\mathbb{U}\}_1\\ \{\mathbb{U}\}_2\\ \cdots\\ \{\mathbb{U}\}_n\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\{\mathbb{P}\}_1\\ \{\mathbb{P}\}_2\\ \cdots\\ \{\mathbb{P}\}_n\end{bmatrix}=0.\ (13)$$

これが求める最終方程式である。

VIII.あとがき　以上演算子法による格子の解法の手順を簡単に示した。なお数値結果は当日発表する。

(参考文献)　鈴木一平，寺井幸吉，石川清志，夏目正太郎，谷本勉之助「演算子法による一般格子の解析」土木学会26回年次学術講演概要集