

信州大学 学生員・長谷正和
正員 谷本勉助
正員 夏目正太郎

1. まえがき

本解析法は、当研究室において解析されている有限要素法解析を更に厳密にしようとするもので、四辺形要素、或いは、三角形要素が共有する節点 (Pivotal node) における力釣り合いを考える段に、釣り合い要素の各辺上の応力 (未知の変位 U を含んではいない) をその辺上に沿って線積分し、力釣り合いを取るという考え方である。この考え方に立つと、当研究室において既用している方法で、節点の応力を釣り合い要素の辺上の応力に代用するという近似を行わずに済み、より精度の高い解が得られるであろうと思われる。また、本解析法は、漸化変形法に則っているので、剛性マトリックスは三軸マトリックスとなり、小規模の計算機で解が得られる。

2. 解析

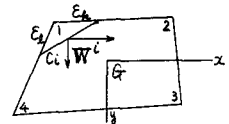
ここでは、四辺形要素を用いた解析法を述べることにする。まず、形状関数を次式の様に定義する。

$$U = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & xy & x^2+y^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & xy & x^2+y^2 \end{bmatrix} X. \quad (1)$$

上式において、 X は、10行1列の未定常数の固有マトリックスである。上式より、一般変形量と一般力量は、

$$U = \{u, v\} = P(x, y) Y + A(x, y) K, \quad V = \{\alpha_x, \alpha_y, \tau_{xy}\} = Q(x, y) Y + B(x, y) K. \quad (2)$$

ただし、 $P(x, y)$ 、 $Q(x, y)$ 、 $A(x, y)$ 、 $B(x, y)$ は、それぞれ、2行8列、3行8列、2行2列、3行2列の係数マトリックスであり、 Y は、8行1列の未定常数からなる固有マトリックス、 K は、 $\{X, Y\}$ で定義される物体力マトリックスである。また、式 (2) より、



$$\begin{bmatrix} V^1 \\ V^2 \\ V^3 \\ V^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q^1 \\ Q^2 \\ Q^3 \\ Q^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P^1 \\ P^2 \\ P^3 \\ P^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U^1 \\ U^2 \\ U^3 \\ U^4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q^1 \\ Q^2 \\ Q^3 \\ Q^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P^1 \\ P^2 \\ P^3 \\ P^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^1 \\ A^2 \\ A^3 \\ A^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B^1 \\ B^2 \\ B^3 \\ B^4 \end{bmatrix} K. \quad (3)$$

図-1. 釣り合い要素

ここに漸化変形法における Local Key Equation を得た訳であるが、 Q^i 、 B^i は変数のままである。ここで各節点における力釣り合いを考える訳であるが、上式は局所座標系における方程式であるので、力釣り合いを考えるためには、全体座標系への射影が必要となる。そこで、式 (3) を全体座標系へ射影した力量を W^i とすると、その力量を釣り合い要素の辺上で線積分を行ない力釣り合いを取れば、次式の様に表わすことができる。

$$\sum_{i=1}^4 \int_{c_i} W^i ds + [E_1, E_2] P = 0. \quad (4)$$

上式において、 c_i は、積分路の曲線 (或いは直線)、 ds は、積分路の微小長さ、 E_1 、 E_2 は、釣り合い要素の隣接辺長であり、 P は、 $\{R_1, R_2\}$ で定義される荷重マトリックスである。また、式 (4) を最終的に集約すると、完全変位三軸マトリックスが得られる。尚、当解析法の詳細は、当日発表する予定である。

3. あとがき

当解析法は、第1報で報告した高次補正項を含むような形状関数も取り扱うことができ、より一層厳密な解が得られるのではないと思われる。また、同様な考え方が、三次元構造物に対しても適用でき (この場合は、面積分を適用することになるが)、応用範囲が広いと思われる。尚、数値結果は、当日発表する予定である。

4. 参考文献

- (1) 安達忠次; 「ベクトルとテンソル」
(2) 谷本勉助他; "Operational Finite Element Analysis of Membrane Stress using Irregular Quadrilateral Elements"