I-37　薄肉円筒部材の有限変位解析

東京大学　学生員　岩熊哲夫
東京大学　学生員　阿井正博
東京大学　正　員　西野文雄

薄肉円筒部材は広く圧縮部材として用いられるが，軸圧縮力と同時に，曲げモーメントも作用するのが普通である。一般に土木構造部材は断面変形を起こさないと考えてよいが，円筒断面はH形断面等に比べて，曲げによる断面変形を起こし易く，断面形不変の仮定を用いた棒理論で解析することが，危険側の結果を与えることがある。断面変形を考慮するには，シェルの理論を用いればよいが，この理論の支配方程式は偏微分方程式で与えられ，数値解析に際して，棒理論より多くの計算量を必要とする。ここでは，近似解法として，断面変形を考慮した棒理論の支配方程式を求めた結果について報告する。

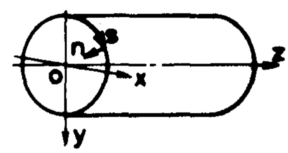

図1.　座標系

真直円筒部材の曲げによる断面変形は，円筒軸が変形後に曲率を持つために生ずると考えられるので，有限変位解析を行なって初めて断面変形の影響が現われる。しかし，断面変形自体は微小として，変形パターン$\Phi(S)$と，その大きさを代表する変形パラメータ$f(z)$とに変数分離し，fに関する高次項を無視する。

断面変形に関する力の様な自己つり合い力に対する支配方程式は，幾何学的考察により求めることは困難である。ここでは，円筒部材のひずみ状態を，式(1)の様に仮定し，

$$e_{nz} = 0, \quad e_{sn} = 0, \quad e_{nn} = 0, \quad e_{ss}(n=0) = 0, \quad \oint_c e_{sz}(n=0)\,dS = 0 \qquad (1)$$

これより運動場を求め，仮想仕事の原理を用いて支配方程式を求める。さらに，ひずみが微小である仮定を用い取扱い易い形で支配方程式を求める。

支配方程式のうち，つり合い式は，次の式(2)～(4)で表わされる。ここに，( )'はzに関する微分を表わす。

$$\left\{\begin{array}{ll} P_{ss} + N_f + M_f'' - M_{sz}' - \bar{m}_{Yf} + (\bar{M}_{Yf}\, v_0')' = 0 & (2) \\ (N v_0' + M_{ZY}')' + \bar{P}_y + \{\bar{m}_{YY}\, v_0' - f'\bar{M}_{Yf}\}' = 0 & (3) \\ (N - M_{ZY}'\, v_0')' - \{v_0'(\bar{m}_{YY}\, v_0' - f'\bar{M}_{Yf})\}' = 0 & (4) \end{array}\right.$$

式(2)は断面変形に関するつり合い式，式(3)(4)はそれぞれ，y,z方向の力のつり合い式である。式(3)(4)は形式上，従来の棒理論のつり合い式とほとんど同じで，特殊な荷重条件の場合を除いて，これらは一致する。断面変形の影響は，断面力－変形関係に現われる。例えば曲げモーメントM_{ZY}を考えた時，棒理論では曲率$\kappa(z)$という変形との関係が線形であるのに対し，断面変形の影響を考えると，非線形関係になる。

荷重条件として，等曲げ状態を考えると，式(2)が容易に解け，曲げモーメントは，

$$\bar{M} = x\{1 - 9x^2/(6+5x^2)\} \qquad (5)$$

ここに　$\bar{M} = M_{ZY}/\pi E r_0 t^2$，　$x = \kappa r_0^2/t$

r_0：板厚中心面の半径，　t：肉厚

と表わされる。図2は，この無次元化されたモーメント，曲率の関係を示したもので，実線が式(5)を，破線が等曲げに関する既成理論[1]による解を表わしている。これは屈服座屈現象を示している。

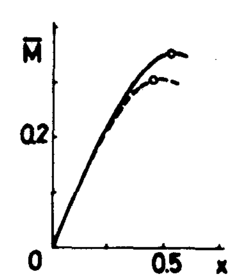

図2.　モーメント－曲率関係

＜参考文献＞

(1)　E. Reissner and H. J. Weinitschke : Finite pure bending of circular cylindrical tubes, Quart. of Appl. Math. vol. 20, No. 4, p 305, 1963 - 1.