I-26　粘弾性地盤上のラーメン構造物の一計算

日本シールド　正員　丸山雅淑
信州大学　工学部　正員　草間孝志

1．まえがき　線形粘弾性問題は Laplace 変換によって，類似の線形弾性問題に帰着することができる。したがって，逆変換が可能であれば，線形粘弾性問題を解くことは容易となる。本文は線形粘弾性地盤上のラーメン構造物の節点変位と部材断面力の経年変化の計算法について述べたものである。

2．基礎理論　構造物全体の変位ベクトル，荷重ベクトルを $\mathbb{\delta}(t)$, $\mathbb{F}(t)$ とし，その Laplace 変換を $\bar{\mathbb{\delta}}(s)$, $\bar{\mathbb{F}}(s)$ とすると，弾性－粘弾性の類似より

$$\bar{\mathbb{K}}(s)\cdot\bar{\mathbb{\delta}}(s)=\bar{\mathbb{F}}(s) \qquad (1)$$

を得る。ここに，$\bar{\mathbb{K}}(s)$ は粘弾性バネ地盤の場合，弾性地盤係数 k_v の代りに $s\bar{\gamma}_f(s)$ ($\gamma_f(t)$ は地盤の緩和弾性率）で，部材が粘弾性の場合には E の代りに $s\bar{\gamma}_b(s)$ ($\gamma_b(t)$ は部材の緩和弾性率）でおきかえたときの剛性マトリックスである。(1)の $\bar{\mathbb{K}}(s)^{-1}$ を計算することは一般に困難である。そこで，数値逆変換を採用する。いま，変位ベクトル（要素の数 m）の i 番目の要素 $\delta_i(t)$ をつぎのように仮定する。

$$\delta_i(t)=\delta_i(0)+\sum_{j=1}^{n}a_{ij}\varphi_j(t) \quad (i=1\sim m) \qquad (2)$$

ここに，$t\geq 0$ で，$\varphi_j(t)$ は Laplace 変換が可能な，$\varphi_j(0)=0$ を満足する関数を仮定する。また，$\delta_i(0)$ は瞬間弾性変形で，(1) に類似な弾性解によって既に求められているとし，a_{ij} は未定係数である。(2)より

$$\mathbb{\delta}(t)=\mathbb{\delta}(0)+\mathbb{A}\cdot\mathbb{\varphi}(t) \qquad (3)$$

を得る。また，上式の Laplace 変換より

$$\underset{(m\times 1)}{\bar{\mathbb{d}}(s)}=\underset{(m\times n)}{\mathbb{A}}\cdot\underset{(n\times 1)}{\bar{\mathbb{\varphi}}(s)} \qquad (4)$$

ここに，$\bar{\mathbb{d}}(s)=\bar{\mathbb{\delta}}(s)-\mathbb{\delta}(0)/s \qquad (5)$

いま，s にある数値 s_k を代入すると，(1) より $\bar{\mathbb{\delta}}(s_k)$ が，(5)より $\bar{\mathbb{d}}(s_k)$ が求まる。また $\varphi(t)$ は既知関数であるから，$\bar{\mathbb{\varphi}}(s_k)$ も計算される。よって，s の値を n 個変化させると $(k=1\sim n)$，それぞれの s に対する $\bar{\mathbb{d}}(s_k)$, $\bar{\mathbb{\varphi}}(s_k)$ が得られる。よって，

$$\bar{\mathbb{D}}=[\,\bar{\mathbb{d}}(s_1)\ \bar{\mathbb{d}}(s_2)\ \cdots\ \bar{\mathbb{d}}(s_n)\,] \qquad (6)$$

$$\bar{\mathbb{\Phi}}=[\,\bar{\mathbb{\varphi}}(s_1)\ \bar{\mathbb{\varphi}}(s_2)\ \cdots\ \bar{\mathbb{\varphi}}(s_n)\,] \qquad (7)$$

とおくと，次式を得る。

$$\underset{(m\times n)}{\bar{\mathbb{D}}}=\underset{(m\times n)}{\mathbb{A}}\cdot\underset{(n\times n)}{\bar{\mathbb{\Phi}}} \qquad (8)$$

$\bar{\mathbb{\Phi}}$ は n 次の正方行列であるから，上式より

$$\mathbb{A}=\bar{\mathbb{D}}\cdot\bar{\mathbb{\Phi}}^{-1} \qquad (9)$$

を得る。$\mathbb{A}$ がわかれば (3) より変位ベクトルが t の関数の形で求まる。さらに，変位ベクトルから部材断面力も通常の方法によって t の関数の形で得られる。

3．計算例　$t=0$ でステップ荷重が作用した図のラーメンを解く。部材は弾性で地盤は3要素粘弾性（図1b）である。

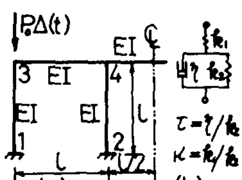

図1

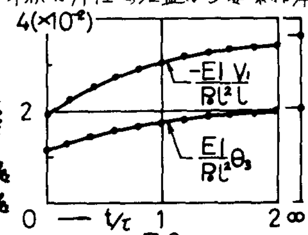

図2

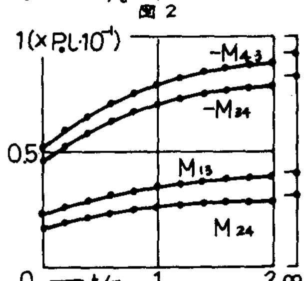

図3

この場合，$s\bar{\gamma}_f(s)=k_1(1+\tau s)/\{(1+\kappa)\tau s\}$ となる。厳密解を求める必要性から，支点は沈下のみ可能とした。計算には t の代りに t/τ で表現したものを用いた。このようにすると媒介変数は τs となる。t と $\zeta\,(=1/\tau s)$ とは同じ傾向の対応をなすから，t の小さい所を重視して $\zeta=0.002, 0.004, 0.008, 0.016, 0.032\ (n=5)$ と変化させた。なお $\varphi_j=1-\exp(-jt/\tau)$ とし，$k_1A_f\,l^3/EI=100$ (A_f:基礎面積), $\kappa=1$ とした。

4．結言　結果を図2，3に示す。実線は厳密解で●印は近似解である。両者はよく一致し，$t=\infty$ でも最大3%相違するにすぎない。なお圧密モデル地盤との比較を行なったが，粘弾性定数の選定が重要であることがわかった。

参考文献：J. Brilla; "The Generation of the F.E.M. for the Solution of Visco-Elastic Two Dimensional Problems", in Mechanics of Visco-Elastic Media and Bodies, Hult Ed. Springer-Verlag, 1975，丹羽，小林他；"数値ラプラス変換を用いた過渡応答の解析"，関西支部講演会，1976年5月