線形粘弾性基礎上の円板の解析（続）

大阪市立大学工学部　正員　○小林 治俊
〃　〃　園田 恵一郎
大阪市立大学大学院　学生員　石尾 年光

1 まえがき：　先に線形粘弾性基礎上の種々な境界条件をもつ円板の解式を、円板の振動より導かれる固有関数を用いて求め，静荷重の下での円板の挙動の時間的変化を考察した[1]．　今回の報告は，基礎のセン断変形の影響を考慮するために Pasternak により導入されたセン断層を加味した粘弾性基礎上の円板の問題をとり上げ，このセン断層が及ぼす影響についての考察を行い，先の報告と比較・検討するものである。

2 解析：　セン断層は非圧縮性で，鉛直方向のセン断のみに抵抗するものであって，従来の粘弾性モデル基礎上に配置されるものであり，Newton の粘性法則に従うものとする[2]．セン断層の意義は，① バネ間の相互作用を考える．② 円板境界での基礎のたわみの不連続性の解消，と考えられるが，粘弾性基礎上の有限板の場合②の意義を明らかにすることは解析上非常な困難性を伴うため，本報告では無限板および円板を，主として①の意味において考察することにより②の意義に対する近似的な意味付けをも，考えようとするものである。
種々な粘弾性基礎モデルの中で例えば，Kelvin モデルをとり上げてみれば，基礎式は次のごとくなる。

$D\Delta\Delta w = q - p$ ， $p = \eta\dot{w} + kw - \mu\Delta\dot{w}$ ……(1) （ここに，w：たわみ，D：板剛度，q：荷重，p：基礎反力，k：バネ係数，$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial}{r\partial r}$，$\eta$：バネの粘性係数，$\mu$：セン断変形に対する粘性係数）

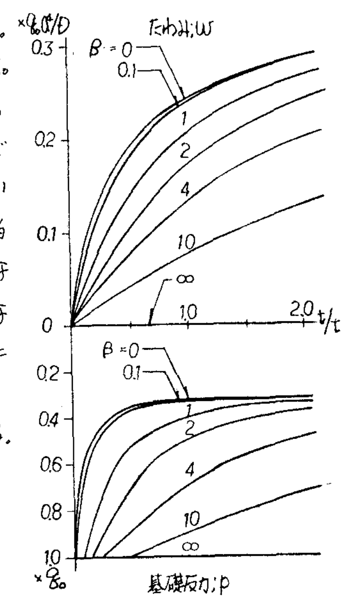
この解は，無限板に対しては 0次の Hankel 変換と Laplace 変換をくり返すことにより次の様に求められる。

$$w = \frac{1}{D}\int_0^{\infty} \frac{\alpha\,\bar{q}(\alpha)\,J_0(\alpha r)}{\alpha^4 + 1/K^4}\left\{1 - \mathrm{T}(t)\right\}d\alpha \;, \quad \text{ここで} \quad \mathrm{T}(t) = 1/\exp\left\{\frac{1+(\alpha/K)^4}{1+(\alpha/\lambda)^2}\cdot\frac{t}{\tau}\right\} \;, \quad \tau = \eta/k \;,\; \lambda^2 = \eta/\mu \quad \cdots(2)$$

$\bar{q}(\alpha)$ は荷重の Hankel 変換したもの。

一方，有限円板に対しては，先の報告で用いた固有関数を用いることにより境界条件を満足させると共に，時間変化に対しては Euler 差分をもって解析を行えば，十分な精度で解を得ることが出来るが，その展開式は，紙面の都合上省略する。この場合セン断層の②の意味については，周辺自由な円板に対して行うことになり，単純支持，固定支持の場合は考えなくてよい。

3 数値計算例：計算例として，無限板に半径 a の円形内に等分布荷重 q_0 が作用する場合を考える。　材料定数として $K^4 = D/k = 1.0$ とし，セン断層の影響を調べるため　$\beta = (a\lambda)^2$ をパラメーターとして計算を行ったものが右図であり，板中央点のたわみ，基礎反力の時間的変化を種々な β の値につき描いている。$\beta = 0$ の場合はセン断層のない場合で，Kelvin モデルの場合に相当し，$\beta = \infty$ の場合はセン断層の剛性が無限大の場合であるから板の変形はなされず，基礎反力は荷重そのものとつり合う事となる。　図からも明らかなように，セン断層の存在はかなり顕著に表われているものと見なされ，特に初期状態での変化の度合が大きいようである。　他の基礎モデルの場合や，有限円板に関する数値計算例等については講演会当日に発表する予定である。



種々なβにおけるw,p―時間曲線

4 参考文献

[1] 園田.他：昭和51年度土木学会関西支部年次学術講演会概要集（I-32）
[2] Kerr. A.D.：Elastic and Viscoelastic Foundation Models，JAM，31（1964）
[3] 倉田.他：第29回土木学会年次学術講演会 講演概要集（I-69），1974