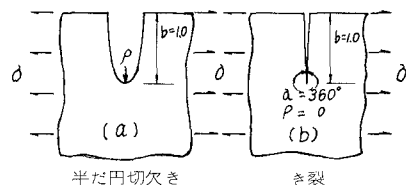


○ 地域 公 団 正 員 九 反 田 康 普
名古屋工業大学 正員 長 谷 部 宣 男

1 まえがき 破壊力学, 特に線形破壊力学は応力拡大係数の概念の導入とともに広く応用されてきている。本報告は線形破壊力学の重要な概念の1つである応力拡大係数 (Stress Intensity Factor, SIF) を求める方法について考察を行なった。応力拡大係数の算定にはいろいろな方法が用いられているが, ここでは応力集中係数 (Stress Concentration Factor, SCF) の計算結果を用い, その表示式を利用して SIF を算定する方法について述べる。例題として種々の曲率半径に対する応力集中係数の値がわかっている, 半楕円切欠きを有する半無限板が引張りを受ける場合を採用して説明する。半円切欠きを有する半無限板の1様引張りについての応力計算は有理字係数を用いて行なった (図-1 (a), 文献1参照)。また荷重条件より破壊はモード I (開口型) である。この場合の応力拡大係数の厳密解は, $K_I = 1.1215 \sqrt{\pi b}$ (b : 荷重, b : き裂長さ) でありそれとの比較検討を行なった。



図・1

表・1 式 (3) の値と SIF との差

NO.	ρ	S.C.F	Eq. (3)	Eq (3)-SIF (%)
1	25.00060	1.4019	3.5048	-
2	6.25015	1.8097	2.2621	-
3	1.00003	3.0653	1.5327	-
4	0.25000	5.2204	1.3051	-
5	0.06250	9.6223	1.2028	7.25
6	0.01563	18.530	1.1581	3.26
7	0.00571	30.235	1.1424	1.87
8	0.00250	45.395	1.1349	1.34
9	0.00150	58.440	1.1317	0.91
10	0.00100	71.449	1.1298	0.74
11	0.00010	224.78	1.1239	0.22
12	0.4×10^{-5}	1121.5	1.1215	0.00
13	0.1×10^{-5}	2241.5	1.1208	-0.01
14	0.4×10^{-7}	11166.	1.1166	-0.04

2 応力集中表示式の利用 その1 一般に応力集中係数に対する表示式は次式で表わすことができる。

$$SCF = \sum_{j=1}^{\infty} k_j \rho^{m_j} \quad (1)$$

ここに m_j は, 隅角部角度による特性方程式の根, ρ は応力集中ヶ所の曲率半径, k_j は境界条件及び解析形状によって定まる係数である。今半円切欠き及びき裂の場合隅角部角度 $\alpha = 360^\circ$ で $m_j = \frac{1}{2}j - 1$ (j は整数) である。また曲率半径 ρ が小さい場合式 (1) の第2項以下は第1項に比べ微小項となり, 応力拡大係数は, $\rho \rightarrow 0$ の場合として次式で与えられる。

$$K_I = \sqrt{2} \cdot \lim_{\rho \rightarrow 0} \sqrt{\rho} \cdot SCF \quad (2)$$

切欠き底の曲率半径が非常に小さいものを含む数例につき次の計算を行なった。

$$k_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\rho} \cdot SCF \quad (3)$$

その結果を表-1, 図-2 (実線) に示す。表及び図を参照して, k_1 値は応力拡大係数 1.1215 によく収束している。曲率半径 ρ と切欠き深さの比が約 0.01 以下では $\sqrt{\rho}$ に対してほとんど線形化できることを示している。このようにして求められた応力拡大係数の値もある²⁾。この方法には k_1 と $\sqrt{\rho}$ の関係が線形であるとみなせるような $\sqrt{\rho}$ に対する SCF の値がわかっている必要がある。

3 その2 本節及び次節では非常に小さな切欠き底曲率半径を有する形状に対して応力集中係数が求められていないが, 曲率半径の大きな形状から小さな形状まで系列的に応力解析が行なわれている場合と考慮してより精度の高い応力拡大係数を算定する方法について述べるものである。一般に切欠き底曲率半径が大きな形状になるに従って式 (1) の第2項以下の影響は大きくなる。よってこのような場合第2項以下を含めた形で式 (1) の係数 k_j を定めることにより第1項 k_1 は, 応力拡大係数 K_I への収束性が高められるものと思われる。そこでここでは応力解析が行なわれているものを数 Case に分け, それぞれに最小2乗法を用いて式 (1) の有限項数に対し k_j を定めた。表-2 の各 Case の最上段の値はその計算結果を示したもので, 表-1 の No. 1~7, 2~8

3~9, 4~10 の各 Case に
つき式(1)も2項, 3項,
4項, 5項とした場合と
例として示している。表を
参照して、式(1)の項数
が多くなればなる程、また
曲率半径の小さなグループ
におけるもの程応力拡大係
数の厳密解に対し精度的に
よいものが得られることが
分る。

4 その3 本節では前 節で述べた最小2乗法使用

による応力拡大係数の算定方法と拡張し
た1つの試みを述べるものである。ここ
でも切欠き形状が曲率半径の大きなもの
から順次小さなものへ系統的に応力解析
がある程度行なわれている場合と前提に
するが、まず解析解のある応力集中係数
及びその曲率半径内で最小2乗法を用い
式(1)の有限項数の k_1 値を決定する。
次にその k_1 値を用いより小さい曲率
半径に対する応力集中係数を外挿し、今
度はその外挿した応力集中係数、曲率半
径を含めさらに最小2乗法をくり返す。

そして次のより小さい曲率半径に対する応力集中係数を外挿するといった方法で順次解のデジタルな接続と計る
ものである。このように外挿を行ないながら最小2乗法により決定した式(1)の係数 k_1 の1項長に注目し
その精度を調べる。表-2はその一例を示したもので基準解析解としては前節と同じものを用いている。外挿点
の選定には多くの問題があると思われるが、ここでは基準解析解中の最小曲率半径に一定値($0 < c < 1$)を
掛け等比級数的に求めている。なお表-2においてはこの一定値と $C=0.4$ とっている。例えば①の曲率半径
は、 $0.4 \times (\text{No.7の曲率半径})$ 、②の曲率半径は $(0.4)^2 \times (\text{No.9の曲率半径})$ である。これより応力の外挿回数が多く
なると精度的にはほとんどかわらないが、始めの1~2回の外挿を行なった範囲内ではわずかながら精度が高
まることがわかる。次に図-2の破線は、表-2の Case I で外挿した点において式(3)より k_1 値を求めプロ
ットしたものである。図より最小2乗法を用いた応力拡大係数の算定は厳密解より図の値が求まること、また
外挿した応力値は真の応力値より小さい値が求まることがわかる。しかし外挿して得られた応力値と真の応力
値の誤差は外挿点の位置により相違はあるが、当場合で約1%以下であり工学的には十分な精度であらう。
本報告はき裂モードがI型の場合について述べたが、II, III型モードがそれぞれ単独に存在する場合にも同様
の考察が行なわれるであらう。

文献-1) 長谷邦 半楕円切欠きを有する半無限板の応力解析 名古屋工業大学学報 第24巻

2) 西谷, 村上 き裂先端の応力拡大係数の計算法について 日本機械学会誌 第75巻 第642号

表-2 最小自乗法により求めた式(1)の第1項 k_1 値とSIFとの誤差 $\text{Error} = \frac{k_1 - 1.1215}{1.1215} \times 100\%$

	採用項数	2項		3項		4項		5項	
		k_1	Error (%)	k_1	Error (%)	k_1	Error (%)	k_1	Error (%)
Case I	1-7	2.2147	-1.26	2.2250	-0.80	2.2319	-0.50	2.2381	-0.22
	2-7, ①	2.2167	-1.17	2.2271	-0.71	2.2340	-0.40	2.2390	-0.18
	3-7, ①②	2.2179	-1.12	2.2800	-0.67	2.2340	-0.40	2.2388	-0.19
	4-7, ①③	2.2183	-1.10	2.2279	-0.68	2.2337	-0.41	2.2387	-0.19
	5-7, ①④	2.2182	-1.11	2.2275	-0.69	2.2338	-0.41	2.2389	-0.18
Case II	2-8	2.2265	-0.74	2.2341	-0.40	2.2395	-0.16	2.2419	-0.05
	3-8, ①	2.2282	-0.66	2.2359	-0.32	2.2403	-0.12	2.2422	-0.04
	4-8, ①②	2.2290	-0.63	2.2361	-0.31	2.2402	-0.13	2.2421	-0.04
	5-8, ①③	2.2291	-0.62	2.2359	-0.32	2.2401	-0.13	2.2421	-0.04
	6-8, ①④	2.2290	-0.62	2.2358	-0.32	2.2401	-0.13	2.2421	-0.04
Case III	3-9	2.2330	-0.44	2.2395	-0.16	2.2420	-0.04	2.2428	-0.01
	4-9, ①	2.2343	-0.39	2.2402	-0.13	2.2422	-0.04	2.2429	-0.01
	5-9, ①②	2.2348	-0.37	2.2402	-0.12	2.2422	-0.04	2.2429	-0.01
	6-9, ①③	2.2348	-0.37	2.2401	-0.13	2.2422	-0.04	2.2429	-0.01
	7-9, ①④	2.2347	-0.37	2.2401	-0.13	2.2422	-0.04	2.2429	-0.01
Case IV	4-10	2.2371	-0.26	2.2416	-0.06	2.2428	-0.01	2.2431	0.01
	5-10, ①	2.2380	-0.22	2.2419	-0.05	2.2429	-0.01	2.2432	0.01
	6-10, ①②	2.2382	-0.21	2.2419	-0.05	2.2429	-0.01	2.2432	0.01
	7-10, ①③	2.2381	-0.22	2.2419	-0.05	2.2429	-0.01	2.2432	0.01
	8-10, ①④	2.2381	-0.22	2.2419	-0.05	2.2429	-0.01	2.2432	0.01

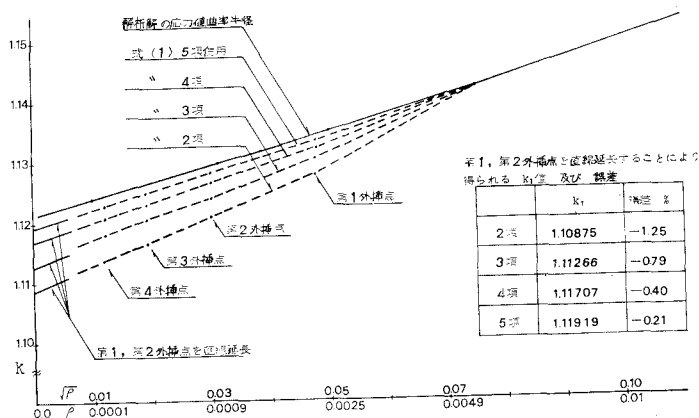


図-2 (曲率半径 ρ^2 と k , 式(3)との関係 Case I の場合