

1 まえがき 破壊力学特に線形破壊力学は、脆性破壊、疲労破壊などに適用されている。線形破壊力学においては、応力拡大係数がその主要な因子として用いられ、種々の形状、境界条件に対する応力拡大係数が求められ、またそれを求めるための種々の方法が提案されている。応力拡大係数を求めることは、数学的には線形弾性体の問題を解くのと全く同じである。両縁にクラックを有する帯板の応力(応力拡大係数)は、先に文献(1)で報告した両縁に半楕円切欠きを有する帯板の場合の切欠き幅が0になった特別な場合として求められる。本報告は、文献(1)に用いた写像関数の作り方を多少変えて、半楕円の切欠き幅を0とした場合の応力関数と求め、これから応力拡大係数を計算したものである。

両縁にクラックを有する帯板が一様引張りを受ける場合の応力拡大係数は、写像関数を用いてBowie⁽²⁾、有限要素法と解析解の重ね合わせ法により徳田⁽³⁾、体積力法により西谷⁽⁴⁾、またその近似値が漸近展開法によってBenthem⁽⁵⁾らによって求められている。

応力拡大係数 k_1 を $\sigma = k_1/\sqrt{2r}$ の k_1 とすると、複素応力関数 $\varphi(z)$ を用いて k_1 は

$$k_1 = 2\varphi'(z_0)/[w'(z_0)]^{1/2} \quad (1)$$

より計算される。ここに z_0 は、両縁にクラックを有する帯状領域を z 平面上の単位円に写像した場合の単位円上のクラック先端の座標を表わし、今の場合 $z_0 = 1$ である。

荷重条件としては、図-2に示すように面内の一様引張り力 σ_0 の作用した場合と、面内の偶力 M が作用した場合の2通りを考える。

さらに本報告では、次式で定義される無次元の応力拡大係数 F を用いることにする(図-2参照)。

一様引張りの場合

$$\sigma \rightarrow F \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{w(w-2b)}} \cdot \frac{\sigma_0 w}{\sqrt{2r}} = \frac{k_1}{\sqrt{2r}} \quad (2)$$

面内偶力 M の作用した場合

$$\sigma \rightarrow F \frac{6M}{(w-2b)} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{w(w-2b)}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2r}} = \frac{k_1}{\sqrt{2r}} \quad (3)$$

2 解析結果 文献-2, 3, 4)および本報告の一様引張りを受ける場合の応力拡大係数 $k_1/\sigma_0\sqrt{b}$ を図-1に示す。

Bowieの結果は他の文献のそれと少し違っていることがわかる。

式(2)で示す無次元量 F の値を表-1に示す。 $b/w = 0.0$ は、半無限板の縁にクラックを有する場合に相当し、半楕円切欠きを有する半無限板の応力解析⁽⁶⁾の特別な場合として得られる。 $b/w = 0.5$ のときの $F = 0.6366$ は、幅 $w-2b$ を一定として $b \rightarrow \infty$, $w \rightarrow \infty$ の極限の場合から解析的に得られる値⁽⁵⁾である。表-1より本報告の結果と西谷のそれとはよく一致していることがわかる。またBenthemらの近似値もよい近似値であることがわかる。また F の値をグラフに示したのが図-2である。

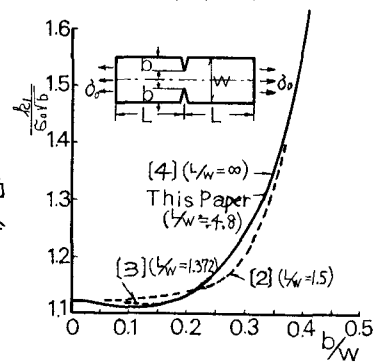


図-1 引張の場合の応力拡大係数

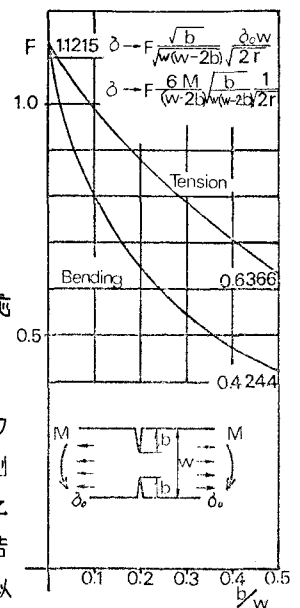


図-2 引張および曲げの応力拡大係数

表-1 引張の場合のF 値

b/w	this paper (1)	Nisitani [4]	Benthem & Koiter Approximate Eq. [5, Eq.(3.111)]	Present Approximate Eq.(4) (2)	Errors (1)-(2) (1)	Present Approximate Eq.(5) (3)	Errors (1)-(3) (1)
0.0	1.1215 ^[6]	1.121	1.122	1.1215	0.0 %	1.1215	0.0 %
0.05	1.0536	1.055	1.066	1.0544	-0.08	1.0550	-0.13
0.1	0.9940	0.994	1.010	0.9916	0.24	0.9925	0.15
0.15	0.9327	/	0.955	0.9329	-0.02	0.9340	-0.14
0.2	/	0.877	0.901	/	/	/	/
0.3	0.7817	0.782	0.800	0.8717	0.006	0.7829	-0.16
0.4	0.7052	0.704	0.710	0.7012	0.06	0.7023	0.41
0.5	/	/	0.637(=2/π)	0.6366	0.0	0.6379	-0.21

次に一様引張りの場合のF値を表わす表示式を示す。表-2 式(4), (5), (6)の係数

b/w の多項式として次の2式を考えてみる。

$$F = k_0 + k_1(b/w) + k_2(b/w)^2 + k_3(b/w)^3 \quad (4)$$

	k_{10}	k_{11}	k_{12}	k_{13}
Eq.(4)	1.1215	-1.3842	0.8542	-0.0507
Eq.(5)	1.1215	-1.3708	0.8072	/
Eq.(6)	1.1215	-0.6367	-1.7150	1.7299

$$F = k_0 + k_1(b/w) + k_2(b/w)^2 \quad (5)$$

式(4)は, $b/w = 0.0$ のとき $F = 1.1215$, $b/w = 0.5$ のとき $F = 0.6366$ となるように固定し, $b/w = 0.0 \sim 0.5$ の中間の値に対しては表-1の(1)に示す値とデータとして, 誤差の最小2乗法により係数 $k_0 \sim k_3$ を決めた。このようにして決めた係数の値を表-2に示す。またこのときの式(4)の表わす精度を表-1に示す。誤差0.3%以下で十分よい近似式であることがわかる。式(5)の係数は, $b/w = 0.0$ のとき $F = 1.1215$ と固定し, 表-1の(1)の値とデータとして誤差の最小2乗法により決めた。この時の係数の値を表-2に示し, またその精度は表-1に示す。誤差0.5%以下でこれも十分よい近似式であることがわかる。

表-3 曲げの場合のF 値

b/w	this paper (1)	Benthem & Koiter Approximate Eq. [5, Eq.(3.117)]	Present Approximate Eq.(6) (2)	Errors (1)-(2) (1)
0.0	1.1215 ^[6]	1.122	1.1215	0.0 %
0.05	0.935	0.924	0.935	0.03
0.1	0.809	0.788	0.808	0.15
0.15	0.711	0.695	0.713	-0.41
0.3	0.545	0.538	0.541	0.63
0.45	0.442	0.447	0.447	-1.07
0.5	/	0.424 (=4/3π)	0.422	0.66

次に外力として面内曲げを受ける場合を考える。面内偶力Mを受ける場合の複素応力関数 $\phi(z)$ を求め, 式(1)より k_0 を計算(式(3)に示す無次元量Fの値と求めると図-2及び表-3の値を得る。表-3にはBenthem⁵⁾らの近似値も示す。本結果と似た値を与える。さらにこの場合のFの表示式も求めてみる。図-2に示す曲げの場合の曲線の形状を考慮して

$$F = k_{10} + k_{11}(b/w)^{0.5} + k_{12}(b/w)^{1.0} + k_{13}(b/w)^{1.5} + k_{14}(b/w)^{2.0} \quad (6)$$

を考えてみる。 $b/w = 0.0$ のとき $F = 1.1215$ になるように固定し, 表-3に示す値とデータとして誤差の最小2乗法により係数を決めると表-2の値を得る。またこの式の精度は表-3に示されている。最大誤差1%程度で表わされているのがわかる。

以上より本報に用いた有理写像関数を用いて, 応力拡大係数を得る方法が一つの有効な方法として用いられることがわかる。また精度のよい応力拡大係数の表示式を得ることができた。

参考文献

- 1) 堀内, 長谷部 中部支部48年度研究発表会
- 2) Bowie Jour. App. Mech. Vol.31 1964-6
- 3) 徳田, 山本 日本造船学会論文集 Vol.132 1972
- 4) 西谷 日本機械学会論文集 41巻 349号 昭50
- 5) Benthem & Koiter Methods of Analysis and Solution of Crack Problems Chap.3 edited by G. Sih P. Noordhoff 1973
- 6) 長谷部 名古屋工業大学学報 Vol.24 1972