

I-17 帯鉄筋円柱の角柱要素法による応力解析について

室蘭工業大学 学生員 竹本 和生
 室蘭工業大学 正員 中村 作太郎
 室蘭工業大学 正員 松岡 健一

1. まえがき 現在、鉄筋コンクリート柱の解析は、軸方向鉄筋を任意円周上一様分布と仮定して行われているが、本研究では、これらの軸方向鉄筋や帯鉄筋が、コンクリート柱の変位や応力に如何なる影響を及ぼすか検討を行うものである。

2. 解析 解析には、有限曲線角柱要素法¹⁾²⁾³⁾を用い、曲線三角柱要素を採用し計算を行った。これは、断面一様性を持つ回転体に対し、回転方向にFourier級数展開を用いることにより、3次元問題を2次元問題に還元できる利点を持つ。

図-1に示すような曲線角柱要素を考え、次の様な変位仮定をする。

$$\{f\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \sum_{m=0}^{\infty} \begin{Bmatrix} u^m(r, z) \cos \frac{m\pi\theta}{\theta_0} \\ v^m(r, z) \sin \frac{m\pi\theta}{\theta_0} \\ w^m(r, z) \cos \frac{m\pi\theta}{\theta_0} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで

$$\begin{Bmatrix} u^m(r, z) \\ v^m(r, z) \\ w^m(r, z) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha_1^m + \alpha_2^m r + \alpha_3^m z \\ \alpha_4^m + \alpha_5^m r + \alpha_6^m z \\ \alpha_7^m + \alpha_8^m r + \alpha_9^m z \end{Bmatrix} \quad (2)$$

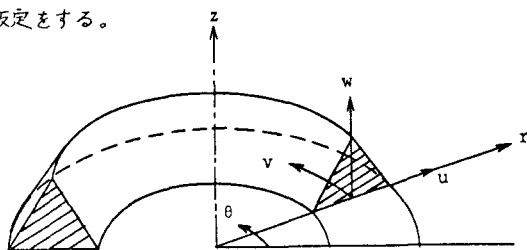


図-1 曲線角柱要素と変位成分

要素の剛性マトリックスは、一般的過程により、次のように誘導される。

$$\begin{aligned} \{\delta_e^m\} &= \{u_1^m \ v_1^m \ w_1^m \ u_2^m \ v_2^m \ w_2^m \ u_3^m \ v_3^m \ w_3^m\}^T & \{\delta_e^m\} &= [A] \{\alpha^m\} \\ \{\varepsilon\} &= \sum_{m=0}^{\infty} [B^m] \{\alpha^m\} = \sum_{m=0}^{\infty} [B^m] [A]^{-1} \{\delta_e^m\} & \{\sigma\} &= [\mathcal{D}] \{\varepsilon\} = [\mathcal{D}] \sum_{m=0}^{\infty} [B^m] [A]^{-1} \{\delta_e^m\} \\ \text{仮想仕事の原理より} & \{F^m\} &= [K^m] \{\delta_e^m\} & \text{但し } [K^m] &= \int_V [A]^{-1T} [B^m]^T [\mathcal{D}] [B^m] [A]^{-1} dV \end{aligned}$$

鉄筋は異質要素として取扱うこともできるが、コンクリート断面に比べ容積は小さいので、ここでは線要素と考えることにする。

a) 帯鉄筋 帯鉄筋を配置する任意の*i*節点における*r, θ*方向の節点力と変位の関係は次のようである。

$$F_{ri} = \frac{E_s A_s \varepsilon_{\theta i}}{r_i} = \frac{E_s A_s u_i'}{r_i^2} \quad F_{\theta i} = E_s A_s \varepsilon_{r i} = \frac{E_s A_s u_i}{r_i}$$

b) 軸方向鉄筋 等間隔に軸方向鉄筋を配置する(中心角 θ_0)とすれば、軸対称荷重については θ_0 区間につき解析を行えばよく、上記の変位仮定から*m*については偶数項のみを集めれば良い。

例えば、図-2に示すような要素モデルを考え、節点A~Cに軸方向鉄筋を設けるとすれば、下記のような不静定力が導入される。

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} w_A \\ w_B \\ X_1' \\ X_2' \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} w_{A0} + w_{A1} X_1 + w_{A2} X_2 \\ w_{B0} + w_{B1} X_1 + w_{B2} X_2 \\ E_s A_{SM} \frac{w_A - w_B}{\lambda_{AB}} \\ E_s A_{SM} \frac{w_B - w_C}{\lambda_{BC}} \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} w_C \\ X_1' \\ X_2' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -X_1 \\ X_1' - X_2' = X_2 \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

底面($z=0$)は剛体故 $w_C=0$

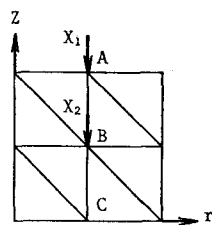


図-2 要素モデル

不静定力は $\theta = 0$ と $\theta = \theta_0$ に作用するものとし
 θ 方向に Fourier 級数展開すると、

$$m=0 \text{ で } \frac{X}{r\theta_0} \quad m=2k (k \neq 0) \text{ で } \frac{2X}{r\theta_0}$$

また、荷重項については、等分布荷重の場合

$$\{P^m\} = \frac{2p\theta_0}{\theta_0} \cos \frac{m\pi\theta_x}{\theta_0}$$

上式中 p : 単位長さ当りの荷重強度

θ_0 : 載荷幅を与える中心角の $1/2$

θ_x : 載荷部重心までの中心角

本報告においては、 $\theta_0 = \pi/4$, $\theta_x = \pi/8$ で
 $m=2k (k=1, 2, 3, \dots, n)$ として解析を行っ
 た。

3. 計算例. 高さ h , 外径 $2b < h = b$ なる
 コンクリート柱がなめらかな剛体平面上にあり、
 同心円状軸圧力を受けた場合とする。

解析は図-3 に示す要素分割を用い、 $E=1.0 \times 10^4$,
 $\nu=1/6$ で行った。荷重は等分布荷重とし、軸方
 向鉄筋は $r/b=0.8$ なる点に設けた。

$$b = h = 25 \text{ cm}$$

$$\text{軸方向鉄筋 } E_s = 7.0 \text{ kg/cm}^2 \quad \phi_s = 16 \text{ mm}$$

$$\text{帯鉄筋 } E_s = 7.0 \text{ kg/cm}^2 \quad \phi_s = 16 \text{ mm}$$

計算結果(変形状態図)を図-4 に示す。これは
 $\theta = \theta_0$ なる軸方向鉄筋配置位置の断面を示したが
 主鉄筋間断面の変位状態、応力図の比較等は、当
 日発表する予定である。

4. あとがき 本研究では、鉄筋の存在による
 変位の拘束、コンクリート応力の減少など、コン
 クリート柱の基礎的解明を行った。

なお、本計算には北大大型計算機センターの FACOM-230-75 を使用した。

< 参考文献 >

- 1) O.C. Zienkiewicz "The Finite Element Method in Engineering Science"
- 2) 尾崎, 橋本 曲線折板構造の立体的解析 土木学会北海道支部 昭和49年度 研究発表会論文報告集
- 3) 中村, 竹本 同心円状に異質な円環を含む有限円柱の3次元応力解析について
 土木学会北海道支部 昭和50年度 研究発表会論文報告集

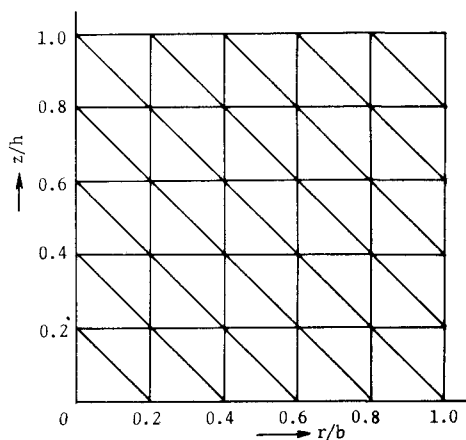


図-3 要素分割図

$$\begin{array}{ll} \text{--- } w & \text{--- } 5 \times 10^{-2} \text{ p/Eh} \\ \text{--- } u & \text{--- } 1 \times 10^{-2} \text{ p/Eb} \end{array}$$

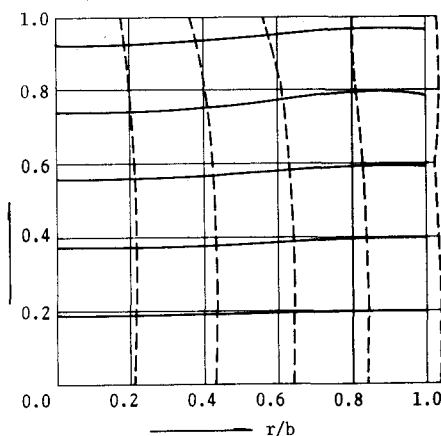


図-4 変形状態図