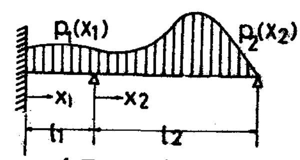
I-1　　アフィン荷重の構造力学への応用に関する研究（その3）

北海道大学工学部 ○学生員 小泉幹男
北海道大学工学部 正 員 渡辺 昇
北海道大学工学部 正 員 金子孝吉

1．まえがき

桁の曲げたわみに関する微分方程式は$EI\frac{d^4w}{dx^4}=p(x)$と与えられるが、今 荷重$p(x)$を境界条件を満足する桁のたわみ曲線に相似な分布荷重に展開しうると考える。この場合の相似とは、たわみが最終的に適当な固有値を有する無限級数に展開でき、その各々の固有値に対して、たわみと荷重が比例関係にある、ということである。このように仮定して得られる荷重を、"アフィン荷重"と呼ぶことにする。

この論文においては、2径間連続桁についてアフィン荷重展開を行ない、さらに、ネジリを考慮しない2径間連続異方性板の解析に応用しようというものである。



(Fig・1)

2．アフィン荷重展開

桁の曲げたわみに関する微分方程式　$EI\frac{d^4w}{dx^4}=p(x)=k^4w(x)$ ―――― (1)

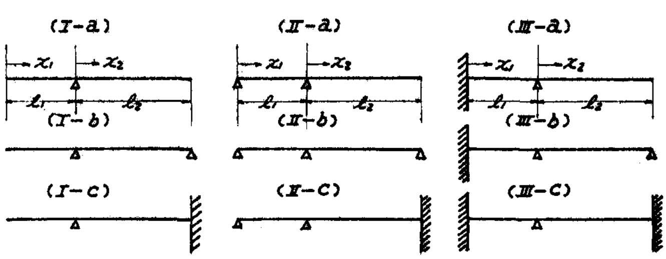
ここで k^4 は仮定した比例定数であり、さらに $m^4=k^4/EI$ とおき 式(1)を解くと、

$$w(x)=A\cos mx+B\sin mx+C\cosh mx+D\sinh mx \quad (2)$$

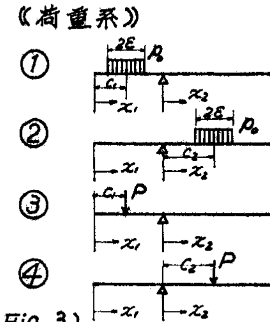
係数A，B，C，Dを決定するとき、境界条件によって固有方程式が得られ、固有値が求められる。
式(2)は それぞれの固有値に対して直交関係を満たしているので、荷重$p(x)$が与えられれば、係数を決定することができる。(Fig.1)

3．2径間連続桁のアフィン荷重展開

境界条件により、構造系をⅠ～Ⅲに大別し、また荷重状態については①～④に対して行なった。(Fig.2,3)



《構 造 系》
(Fig.2)



(Fig.3)

○構造系(Ⅲ－b)，荷重状態③の場合の例

$$p(x)=\sum_{n=0}^{\infty}g_nX_n(x) \quad (3)$$

と、一般に表わすことができる。ここで $X_n(x)$ は固有関数であり、g_n は次式で表わされる係数である。

$$g_n=\frac{P}{N_n}\left\{(\cos m_nc_1-\cosh m_nc_1)+K_{1n}(\sin m_nc_1-\sinh m_nc_1)\right\}$$

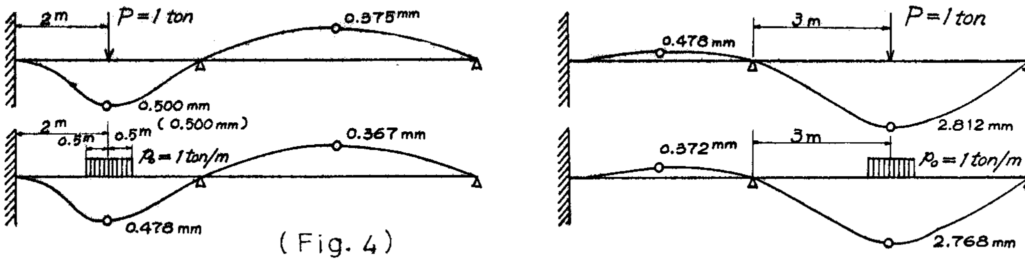
第1径間の固有関数 $X_{1n}(x_1)=(\cos m_nx_1-\cosh m_nx_1)+K_{1n}(\sin m_nx_1-\sinh m_nx_1)$

第2径間の固有関数 $X_{2n}(x_2)=K_{2n}(\cos m_nx_2-\cosh m_nx_2)+K_{3n}\sin m_nx_2+K_{4n}\sinh m_nx_2$

ただし $K_{1n}, K_{2n}, K_{3n}, K_{4n}$ は積分定数であり、$N_n=\int_0^{l_1+l_2}X_n^2(x)dx=\int_0^{l_1}X_{1n}^2(x_1)dx_1+\int_0^{l_2}X_{2n}^2(x_2)dx_2$ である。

(Fig. 4) は、実際に数値計算した結果である。

$l_1 = 4\,m \quad l_2 = 6\,m \quad EI = 1000\ ton{\cdot}m^2$



(Fig. 4)

4. 二重級数による、ねじり剛性を無視した場合の直交異方性板の解析 ($\mu_x=\mu_y=0$)

板の微分方程式は $B_x\dfrac{\partial^4 w}{\partial x^4}+B_y\dfrac{\partial^4 w}{\partial y^4}=p(x,y)$ ——— (4)

板のたわみ $w(x,y)$ および 荷重 $p(x,y)$ を次式のように仮定する。

$$w(x,y)=\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}A_{mn}X_m(x)Y_n(y) \qquad (5)$$

$$p(x,y)=\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}d_{mn}X_m(x)Y_n(y) \qquad (6)$$

ここで $X_m^{IV}(x)=\alpha_m^4X_m(x)$, $Y_n^{IV}(y)=\beta_n^4Y_n(y)$ とおけば、次式のように $X_m(x)Y_n(x)$ は消去され、

$\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}(B_xA_{mn}\alpha_m^4+B_yA_{mn}\beta_n^4-d_{mn})=0$ となり

故に

$$A_{mn}=\frac{d_{mn}}{B_x\alpha_m^4+B_y\beta_n^4} \qquad (7)$$

ここで

$$d_{mn}=\frac{\int_0^a\int_0^b p(x,y)X_m(x)Y_n(y)\,dx\,dy}{\int_0^a X_m^2(x)\,dx\ \int_0^b Y_n^2(y)\,dy} \qquad (8)$$

これらを式(5)式(6)に代入することによって、たわみ $w(x,y)$, 荷重 $p(x,y)$ が求められる。

5. 数値計算例

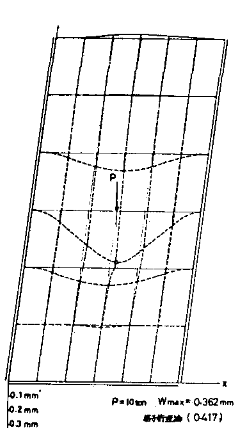
(Fig. 5,6) は x 方向は両端固定、y 方向は一端固定、他端自由の境界条件をもつ直交異方性板である。

$l_x = 6.6\ m$

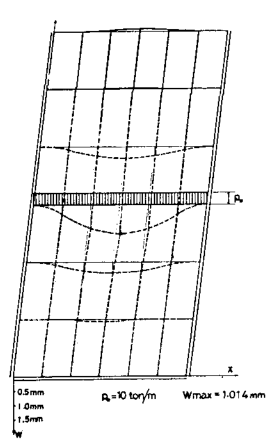
$l_y = 12.0\ m$

$B_x = 1.0128\times10^4\ ton\,m^2/m$

$B_y = 6.6745\times10^3\ ton\,m^2/m$



(Fig. 5)



(Fig. 6)

集中荷重の場合 Wmax = 0.362mm

(格子桁理論 0.417mm)

線荷重の場合 Wmax = 1.014 mm

2径間連続直交異方性板などについての数値計算例は、当日発表の予定である。