

清水建設土木技術部

神戸 国夫

同上

正買 〇 高崎 英 邦

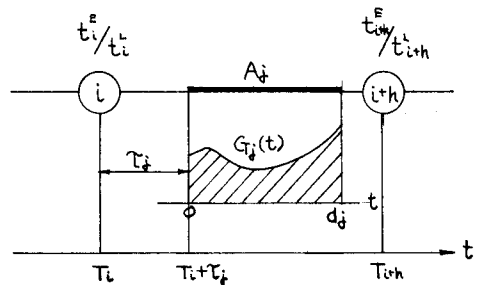
1. はじめに 著者等は数年来、PERT-CPM施工管理システムのFloatを利用しての、いわゆる山崩し法の理論的研究を行なってきた。従来は、他のActivityには独立なFree Floatのみの操作を対象にその定式化と解法を提案してきた。⁽¹⁾⁽²⁾ しかしF.F.のみの操作では実用的に不充分であり、より一層の拡張が必要となる。本報の目的は、より一般的な山崩し法を開発して、配員計画即ち作業員、機械の稼働日数、材料等の配分を最適化するために、問題を再定式化し、評価関数を誘導しその解法を検討することにある。

2. 問題の定式化と評価関数の定義 右図に示すごとくNetworkの一部をモデル化する。ここで未知な変数はNode Time T と、それからJob Start Timeまでの時間 τ である。関数 $G(t)$ はJob A_j を遂行するのに必要な資源の量(例えば作業員、機械日数、材料など)の経時変化を示している。

$$t < 0 \text{ and } t > 0 \text{ では } G(t) = 0 \quad (1)$$

ここで、Job A_j がどのNodeと結合しているかを示す形状マトリックスを導入し、前方、後方を各々 $M \cdot L$ と定義する。図を例にとれば

$$M = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$



$t^E(t)$: Earliest (Latest) Node Time

T : Node Time d : Duration

$T + \tau$: Job Start Time

j : Job Number (1, 2, ..., n)

i : Node Number (1, 2, ..., N)

共通な時間で座標変換を行ない、全JobをTotalすると工期を通じての必要な資源等の時間的推移を示す関数が得られる。即ち

$$G(t) = \sum_{j=1}^n G_j \{t - (T_i + \tau_j)\} \quad (3)$$

で与えられ、その制約条件は $t^E = (t_1^E, t_2^E, \dots, t_n^E)^T$, $t^L = (t_1^L, t_2^L, \dots, t_n^L)^T$, $d = (d_1, d_2, \dots, d_n)^T$, $T = (T_1, T_2, \dots, T_n)^T$, $\tau = (\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)^T$, 0 と零列ベクトルとすれば、

$$t^E \leq T \leq t^L, \quad 0 \leq \tau \leq L \cdot T - M \cdot T - d \quad (4)$$

で示される。(3)式の必要な資源の推移曲線は、工程管理上一般に平滑な方が望ましく、いわゆる資源の効率的な使用が可能となる。より平滑にする評価の基準として、ここでは工学上良く使用される方法の一つ、関数 $G(t)$ からそれ自身の時間平均値までの距離の自乗和、を定義する。時間平均値 MG は、各Jobの和を工期 T で除したものに等しいことを考慮すると、次式のように定数となる。

$$MG = \frac{1}{T} \int_0^T G(t) dt = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n \int_0^{d_j} G_j(t) dt \quad (5)$$

評価関数 E_f は、
$$E_f = \int_0^T |G(t) - MG|^2 dt = \int_0^T \left| \sum_{j=1}^n G_j \{t - (T_i + \tau_j)\} - MG \right|^2 dt \quad (6)$$

となり、最適政策(より平滑な曲線 $G(t)$)は同式をMinimumにする各Node time T と、それからJob開始までの時間 τ を決定することにより得られる。(6)式を展開し適当な変換を行なうと、⁽¹⁾

$$= \sum_{j=1}^n \int_0^{d_j} G_j(t) dt + 2 \int_0^T \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n G_i\{t-(T_i+T_j)\} \cdot G_j\{t-(T_i+T_j)\} dt - 2M \sum_{j=1}^n \int_0^{d_j} G_j(t) dt + M \int_0^{T_0} dt \quad (6)$$

と変形できる。(6)'式におけるオ1,3,4項は、各 Job 相互に独立なので容易に計算できて定数となる。それゆえオ2項を2で除した(7)式を、評価関数と定義し直すことにする。

$$E_f = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n G_i\{t-(T_i+T_j)\} \cdot G_j\{t-(T_i+T_j)\} dt \quad (\text{積分範囲拡張}) \quad (7)$$

$$\text{但し、} t^E \leq T \leq t^L, \quad 0 \leq T \leq L-T-M-T-d, \quad d = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

3. 解法の検討 前節で述べたように、 $\text{Min.}(E_f)$ になる T と T の決定問題に帰着される。ここで $M \cdot T + T = S = (S_1, S_2, \dots, S_n)^T$ と置くと、評価関数(7)式は、

$$E_f = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n G_i(t-S_j) \cdot G_j(t-S_j) dt \quad (7)'$$

で、その制約条件は次の手順により求められる。(8)式の右の右辺の項は、 T の不等式を利用して次のように表せる。

$$L \cdot t^E - M \cdot t^L - d \leq L \cdot T - M \cdot T - d \leq L \cdot t^L - M \cdot t^E - d \quad (10)$$

$$(8), (9), (10) \text{ 式より、} M \cdot t^E \leq S (= M \cdot T + T) \leq M \cdot t^L + L \cdot t^L - M \cdot t^E - d \quad (11)$$

$$\text{ここで、} t-S_j = H, \quad S_j-S_i = b_{ji} \text{ と置いて (7)' に代入し、その一般項のみを記すと、} \quad (12)$$

$$f_{ji}(b_{ji}) = \int_{-\infty}^{\infty} G_i(t) \cdot G_j(t-b_{ji}) dt \quad (\text{改めて } H \rightarrow t \text{ に変換}) \quad (13)$$

$$\text{と表せ、(11) (12) より、} t^E - t^L - t_{in}^L + t_i^E + d_j = (\alpha_{ji}) \leq b_{ji} (= S_j - S_i) \leq t_i^L + t_{in}^L - t_j^E - d_j - t_i^E = (\beta_{ji}). \quad (14)$$

$$\text{また、(12) より} \quad b = \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n b_{ji} = \sum_{m=1}^{\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor} \{ (n-1) - 2(m-1) \} \cdot b_{mn-(m-1)} \quad [] \text{ カウス記号} \quad (15)$$

(14) の関係より (15) 式は次の不等式条件を満足しなければならない。

$$\sum_{j=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \alpha_{ji} (=A) \leq \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n b_{ji} (=b) \leq \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \beta_{ji} (=B) \quad (16)$$

以上を整理すると、(14) 式及び

$$\sum_{j=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n C_{ji} \cdot b_{ji} = b \quad (A \leq b \leq B), \quad (\text{但し、係数 } C_{ji} \text{ は (15) 式の右辺を満足}) \quad (17)$$

$$\text{の制約条件のもとで、評価関数} \quad E_f = \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n f_{ji}(b_{ji}) = \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \int_{-\infty}^{\infty} G_i(t) G_j(t-b_{ji}) dt \quad (7)''$$

を最小にする b_{ji} を求める問題に变形された。これは動的計画法を用いて解くことができる。即ち、その関数方程式は、

$$F_{ji}(b) = \text{Min}_{\{b_{ji}\}} [f_{ji}(b_{ji}) + F_{ji-1}(b - C_{ji} \cdot b_{ji})], \quad F_{1,2}(b) = f_{1,2}(b) \quad (18)$$

となる。得られた b_{ji} より S が求のられ、更に T, T が順次連立方程式を解いて決定される。

4. おわりに 前報においては他の Job に独立な Free Float のみを対象としたが、本報による方法はより拡張され実用性が増した。変数が増え制約条件等も複雑になっているが、形状行列を導入し、また Network の特徴を利用することによって数値計算上の簡易化が期待される。今後増々規模複雑化する土木工事の Master Network に適用する機会が多くなると思われる。

参考文献：1) 神戸高崎：Floatに関する一考察，オ28 回年次学術講義集，オ4部，2) 神戸高崎：Floatの最適配分について，オ29 回年次学術講義集，オ4部