IV-150　数理計画法による信号機の周期とスプリットの決定

信州大学工学部　正員　奥谷　巖

1．まえがき　　単独交差点，複数交差点を問わず，数理計画的手法によって，信号機の周期とスプリットの決定が行なえることについては，すでにいくつかの研究発表において示している[1)~4)]。しかしながら，それらはいずれも２現示制御を前提としており，３現示以上の制御については，いまだ具体的検討をするに至っていない。したがって，今回はこうした問題を中心に若干の考察を行なってみた。

2．単独交差点の場合　　(a)対向方向の青信号時間を早切りする制御　　まず，対向方向の青信号時間を早切りすることによって，当該方向の捌け量を増加させるという４現示制御方式に対する周期スプリットの決定方法について考えてみる。いま，　${}^{h}G_1$：水平方向西側流入部に対する青信号時間　${}^{h}C_1$：対向流がある場合の${}^{h}G_1$単位時間あたりの容量　${}^{h'}C_1$：対向流がない場合の${}^{h}G_1$単位時間あたりの容量　${}^{h}G_2$，${}^{h}C_2$：水平方向東側流入部における上記定義と同義の値　${}^{v}G_1$，${}^{v}C_1$，${}^{v'}C_1$：同様に，垂直方向北側流入部における値　${}^{v}G_2$，${}^{v}C_2$：垂直方向南側流入部における値　T：周期　L：１周期あたりのロス時間　${}^{h}Q_\nu$，${}^{v}Q_\nu$：それぞれ${}^{h}G_\nu$，${}^{v}G_\nu$に対応する流入部の交通需要（$\nu=1,2$）　なる記号を定義する。

水平方向，垂直方向それぞれにおいて，混雑度のより高い流入部を西側流入部，北側流入部とすると，まず西側流入部において，次のような交通需要と青信号時間との間の関係式が成立する。すなわち

$${}^{h}G_2\cdot{}^{h}C_1+({}^{h}G_1-{}^{h}G_2)\cdot{}^{h'}C_1\leqq T\cdot{}^{h}Q_1 \qquad (1)$$

式(1)の左辺第１項は，${}^{h}G_1$のうち対向流がある時間${}^{h}G_2$の間に捌き得る交通量を表わしており，第２項は，${}^{h}G_1$の残りの時間（${}^{h}G_1-{}^{h}G_2$）の間に捌き得る交通量を表わしている。したがって，それらの和である左辺全体によって，結局${}^{h}G_1$の間に捌き得る交通量の合計を示すことになるが，それが１周期の間に当該流入部に流入しようとする交通需要量$T\cdot{}^{h}Q_1$を超えないというのが式(1)の意味するものである。すなわち，青信号時間としては最大限交通需要量を捌き得る長さがあれば必要にして十分であるという考え方である。また，東側流入部に対しては

$${}^{h}G_2\cdot{}^{h}C_2\leqq T\cdot{}^{h}Q_2 \qquad (2)$$

が成立する。すなわち，西側流入部の方がより混雑度が激しいことから，

$${}^{h}G_1\geqq{}^{h}G_2 \qquad (3)$$

なる関係が成り立つことが当然の前提とすれば，東側流入部においては打ち切るべき対向方向の青信号時間はなく，したがって，捌き得る交通量の合計は左辺の１項のみで表わされるのである。同様にして，垂直方向に対しては，北側流入部，南側流入部それぞれにおいて，次のような関係式が成立しなければならない。

$${}^{v}G_2\cdot{}^{v}C_1+({}^{v}G_1-{}^{v}G_2)\cdot{}^{v'}C_1\leqq T\cdot{}^{v}Q_1 \qquad (4)$$

$${}^{v}G_2\cdot{}^{v}C_2\leqq T\cdot{}^{v}Q_2 \qquad (5)$$

また，水平方向と垂直方向の青信号時間は同時に表示されることは許されないことから

$${}^{h}G_1+{}^{v}G_1\leqq T-L \quad (6) \qquad {}^{h}G_1+{}^{v}G_2\leqq T-L \quad (7) \qquad {}^{h}G_2+{}^{v}G_1\leqq T-L \quad (8) \qquad {}^{h}G_2+{}^{v}G_2\leqq T-L \quad (9)$$

なる４つの不等式が成立しなければならないが，上にも述べたように

$${}^{h}G_1\geqq{}^{h}G_2\ ,\quad {}^{v}G_1\geqq{}^{v}G_2 \qquad (10)$$

なる大小関係が成り立っていることが前提となっていることからすれば，式(7)～式(9)の制約式は蛇足であろう。

以上，式(1)，(2)，式(4)～(6)の制約条件のもとで，単位時間あたりの捌け量を最大にする周期スプリットをもって最適周期，最適スプリットとするものとすれば，次のような目的関数Fが設定されることになる。すなわち，

$$F=\{{}^{h}G_2\cdot{}^{h}C_1+({}^{h}G_1-{}^{h}G_2)\cdot{}^{h'}C_1+{}^{h}G_2\cdot{}^{h}C_2+{}^{v}G_2\cdot{}^{v}C_1+({}^{v}G_1-{}^{v}G_2)\cdot{}^{v'}C_1+{}^{v}G_2\cdot{}^{v}C_2\}/T\longrightarrow max \qquad (11)$$

(b)右折専用信号を設定した制御　　次に，各流入部において，直進・左折車と右折車をそれぞれ分離して，異なった信号現示で捌くという制御方式について考える。これはいわゆる右折専用信号を設定した制御方式であり，定式化は次のようにしてなされる。まず，あらたに次の記号を定義する。

${}^{h}r_1$：水平方向西側流入部に対する交通需要量${}^{h}Q_1$のうち，右折する割合（$0\leqq{}^{h}r_1\leqq1$）　${}^{h}r_2$，${}^{v}r_1$，${}^{v}r_2$：それぞれ${}^{h}G_2$，${}^{v}G_1$，${}^{v}G_2$に対応して上と同様に定義する。　T_1：水平方向の直進・左折車を流す現示の継続時間

T_2：水平方向の右折車を流す現示の継続時間　T_3，T_4：それぞれ垂直方向の直進・左折車を流す現示および右折車を流す現示の継続時間　$\overset{h}{G}_{1s}$，$\overset{h}{C}_{1s}$：西側流入部における直進・左折車を流す青信号時間とその容量
$\overset{h}{G}_{1r}$，$\overset{h}{C}_{1r}$：西側流入部における右折車を流す青信号時間とその容量　$\overset{h}{G}_{2s}$，$\overset{h}{C}_{2s}$；$\overset{v}{G}_{1s}$，$\overset{v}{C}_{1s}$；$\overset{v}{G}_{2s}$，$\overset{v}{C}_{2s}$；$\overset{h}{G}_{2r}$，$\overset{h}{C}_{2r}$；$\overset{v}{G}_{1r}$，$\overset{v}{C}_{1r}$；$\overset{v}{G}_{2r}$，$\overset{v}{C}_{2r}$：それぞれ東側，北側，南側流入部におけるそれらの値

そうすると，式(1)，(2)，(4)，(5)と同じ意味をもつ関係式として，次のような不等式が成立する。すなわち

$$\overset{h}{G}_{\nu s}\cdot\overset{h}{C}_{\nu s}\leqq T\cdot\overset{h}{Q}_{\nu}\cdot(1-\overset{h}{\gamma}_{\nu}) \quad (12) \qquad \overset{h}{G}_{\nu r}\cdot\overset{h}{C}_{\nu r}\leqq T\cdot\overset{h}{Q}_{\nu}\cdot\overset{h}{\gamma}_{\nu} \quad (13) \qquad \overset{v}{G}_{\nu s}\cdot\overset{v}{C}_{\nu s}\leqq T\cdot\overset{v}{Q}_{\nu}(1-\overset{v}{\gamma}_{\nu}) \quad (14)$$

$$\overset{v}{G}_{\nu r}\cdot\overset{v}{C}_{\nu r}\leqq T\cdot\overset{v}{Q}_{\nu}\cdot\overset{v}{\gamma}_{\nu} \quad (15) \qquad (\nu=1,2)$$

また，各現示内の青信号時間はその現示の継続時間を超えることはできないことから

$$\overset{h}{G}_{\nu s}\leqq T_1,\quad \overset{h}{G}_{\nu r}\leqq T_2,\quad \overset{v}{G}_{\nu s}\leqq T_3,\quad \overset{v}{G}_{\nu r}\leqq T_4 \qquad (\nu=1,2) \qquad (16)$$

なる関係式が成立する。さらに，各現示継続時間の和は周期からロス時間を差し引いた値より小さくなければならないので　$T_1+T_2+T_3+T_4\leqq T-L$　(17)　となる。

以上，式(12)〜(17)を制約条件として　$F=\{\sum_{\nu=1}^{2}(\overset{h}{G}_{\nu s}\cdot\overset{h}{C}_{\nu s}+\overset{h}{G}_{\nu r}\cdot\overset{h}{C}_{\nu r}+\overset{v}{G}_{\nu s}\cdot\overset{v}{C}_{\nu s}+\overset{v}{G}_{\nu r}\cdot\overset{v}{C}_{\nu r})\}/T$　(18)
なる目的関数を最大にする各青信号時間および周期を求めれば，それが最適値を与えることになる。

(C)その他の制御　(a)と(b)の方式が各流入部ごとに混在している場合，左折専用信号が混在している場合さらにはその容量が適確に与えられていれば，歩行者専用信号がある場合（いわゆるスクランブル方式）についても，同様な考え方で信号周期とスプリットを決定する数理計画モデルがつくられる。

3．複数交差点の場合　水平方向にN個，垂直方向にM個の交差点をもつ格子状街路網を対象とし，各交差点にマトリックス形式の番号を付すものとする。　(a)右折専用信号を設定した制御　まず，次のような記号を定義する。　$\overset{h}{G}{}_{1s}^{(m,n)}$：交差点$(m,n)$の水平方向西側流入部の直進・左折車を流す青信号時間
$T_1^{(m,n)}$：交差点(m,n)の水平方向の直進・左折車を流す現示の継続時間　$\overset{h}{\gamma}{}_1^{(m,n)}$，$\overset{h}{\ell}{}_1^{(m,n)}$，$\overset{h}{s}{}_1^{(m,n)}$：それぞれ交差点$(m,n)$の水平方向西側流入部から流入した交通の右折率，左折率，直進率　その他の記号は1に準ずる。

まず，交差点内部で渋滞を生ぜしめないための条件として，交差点(m,n)から交差点$(m,n+1)$に向かう交通と，交差点$(m,n+1)$の西側流入部で捌き得る交通量との間に次の様な等式が成立する。

$$(\overset{h}{G}{}_{1s}^{(m,n)}\cdot\overset{h}{C}{}_{1s}^{(m,n)}\cdot\overset{h}{s}{}_{1s}^{(m,n)}+\overset{v}{G}{}_{1s}^{(m,n)}\cdot\overset{v}{C}{}_{1s}^{(m,n)}\cdot\overset{v}{\ell}{}_1^{(m,n)}+\overset{v}{G}{}_{2r}^{(m,n)}\cdot\overset{v}{C}{}_{2r}^{(m,n)}+T\cdot\overset{h}{g}{}_1^{(m,n)})\cdot(1-\overset{h}{\gamma}{}_1^{(m,n+1)})=\overset{h}{G}{}_{1s}^{m,n+1}\cdot\overset{h}{C}{}_{1s}^{(m,n+1)} \qquad (19)$$

$$(\overset{h}{G}{}_{1s}^{(m,n)}\cdot\overset{h}{C}{}_{1s}^{(m,n)}\cdot\overset{h}{s}{}_{1s}^{(m,n)}+\overset{v}{G}{}_{1s}^{(m,n)}\cdot\overset{v}{C}{}_{1s}^{(m,n)}\cdot\overset{v}{\ell}{}_1^{(m,n)}+\overset{v}{G}{}_{2r}^{(m,n)}\cdot\overset{v}{C}{}_{2r}^{(m,n)}+T\cdot\overset{h}{g}{}_1^{(m,n)})\cdot\overset{h}{\gamma}{}_1^{(m,n+1)}=\overset{h}{G}{}_{1r}^{m,n+1}\cdot\overset{h}{C}{}_{1r}^{m,n+1} \qquad (20)$$

ただし，$\overset{h}{g}{}_1^{(m,n)}$は当該区間途中の発生吸収交通量である。交差点$(m,1)$の西側流入部においては

$$\overset{h}{G}{}_{1s}^{(m,1)}\cdot\overset{h}{C}{}_{1s}^{(m,1)}\leqq T\cdot\overset{h}{Q}{}_1^{(m,1)}(1-\overset{h}{\gamma}{}_1^{(m,1)}) \quad (21) \qquad \overset{h}{G}{}_{1r}^{(m,1)}\cdot\overset{h}{C}{}_{1r}^{(m,1)}\leqq T\cdot\overset{h}{Q}{}_1^{(m,1)}\cdot\overset{h}{\gamma}{}_1^{(m,1)} \quad (22)$$

また，式(16)，(17)に対応する関係式として，　$\overset{h}{G}{}_{1s}^{(m,n)}\leqq T_1^{(m,n)}$　(23)　$T_1^{(m,n)}+T_2^{(m,n)}+T_3^{(m,n)}+T_4^{(m,n)}\leqq T-L^{(m,n)}$　(24)

式(19)〜(24)の関係式は，他の方向，他の交差点についても同様に成立することはいうまでもない。以上の制約条件のもとに　$F=\{\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}\sum_{\nu=1}^{2}(\overset{h}{G}{}_{\nu s}^{(m,n)}\cdot\overset{h}{C}{}_{\nu s}^{(m,n)}+\overset{h}{G}{}_{\nu r}^{(m,n)}\cdot\overset{h}{C}{}_{\nu r}^{(m,n)}+\overset{v}{G}{}_{\nu s}^{(m,n)}\cdot\overset{v}{C}{}_{\nu s}^{(m,n)}+\overset{v}{G}{}_{\nu r}^{(m,n)}\cdot\overset{v}{C}{}_{\nu r}^{(m,n)})\}/T$　(25)
なる目的関数を最大にする青信号時間と周期を求めればよい。　(b)その他の制御　その他，左折専用信号あるいは歩行者専用信号が混在する場合等についても同様に定式化できるが，対向方向の青信号時間を早切りする制御については，いずれの方向を早切りした方がよいかについての判定がむずかしく定式化は一般的に困難である。

4．むすび　ここに述べた方法により，従来まで経験的に決めていた多現示制御の場合の周期とスプリットを理論的に決定できることになる。

〔参考文献〕1)興谷，霜田：街路網における複数信号機の周期およびスプリットの最適化，土木学会論文報告集，No.234，1975-2
2)興谷，霜田：信号機群の共通周期とスプリットの決定法，交通工学，Vol.10，No.2，1975-2
3)興谷：過飽和交差点における信号周期とスプリットの決定方法，土木学会中部支部研究発表会講演概要集，1975-1
4)興谷，野本：交通の配分ルートを考慮した信号機の周期とスプリットの決定法，土木学会中部支部研究発表会講演概要集，1975-1