

京都大学工学部 正 員 長尾義三

三菱総合研究所 正 員 森杉寿芳

○(株) 竹中土木 正 員 木成善介

1. はじめに 筆者らは環境整備計画を、土地利用計画モデルの中で取り扱う方法について研究を行って来た。¹⁾ 本研究は、これにひき続くものである。筆者らはこのモデルを、与えられた総床面積需要量と環境水準を制約条件とした、総費用最小化問題として定式化した。しかしこのようなモデルの問題点の1つは、制約条件として設けた総床面積需要量、環境水準が妥当なものであるか否かということである。このような計画目標の妥当性の検討には、それらを満たすことによって得られる便益の計量が不可欠のものであるが、この計量はきわめて困難かつ不確定である。本研究では、このような問題点解決のための1方法として、費用最小化モデルを主問題としたとき、そこから数理的に導かれる双対問題およびその解である双対解を用いて計画目標の妥当性の検討手法を提案する。これは所与の計画目標である需要量と環境水準のもとで、費用最小化を行ったモデルが、どのような暗黙の便益構造を想定しているかを明らかにする方法論の提案である。

2. 本モデルの前提および定式化 本モデルは、各用途各評価項目についての環境水準、および各用途に対する総床面積需要を条件とし、これを満たすという制約条件のもとで、総費用の最小化を計るとする。総費用は、当該ゾーン当該環境評価項目の水準を改良する改良費用と、当該ゾーンのある用途が立地している土地を別の用途に転換する転換費用より成るとする。また費用関数には、線型性を仮定する。以上の仮定のもとで、本モデルはつぎのように定式化される。

$$(1) \begin{cases} \min. & Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m C_{ij}^A x_{ij}^A + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m C_{ij}^B y_{ij}^B \\ \text{s.t.} & \sum_{j=1}^m a_{ij}^A x_{ij}^A \geq D_i^A \quad \sum_{j=1}^m x_{ij}^A \leq A_i \\ & u_i^A - x_{ij}^A \geq 0 \quad L_j^A a_{ij}^A - (r_j - p_j) \geq 0 \\ & a_{ij}^A = 0 \text{ or } 1, \quad x_{ij}^A, y_{ij}^B \geq 0 \end{cases}$$

記号は、表1の通りとする。

3. 双対問題の定式化と双対変数の経済的解釈 主問題(1)の双対問題は、Balasによって定義された混合整数計画の双対問題を用いることによって得られる。²⁾ Balasの双対問題を採用した理由は、この定義がもっとも体系的で経済的解釈も比較的明瞭であるということによった。これによって、主問題(1)の双対問題はつぎのようになる。ただし、 u_i^A , v_j^A , λ_i^A , w_{ij}^A は、双対変数である。

$$(2) \begin{cases} \min. \max. & \Pi = \sum_{i=1}^n D_i^A u_i^A - \sum_{i=1}^n A_i v_i^A + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m r_j (\sum_{i=1}^n w_{ij}^A) \\ & - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (\sum_{i=1}^n L_j^A w_{ij}^A - u_i^A \lambda_i^A) a_{ij}^A \\ \text{s.t.} & a_{ij}^A u_i^A - \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^m w_{ij}^A) - \lambda_i^A \leq C_{ij}^A \\ & \sum_{i=1}^n w_{ij}^A \leq C_{ij}^B \\ & u_i^A, v_i^A, w_{ij}^A, \lambda_i^A \geq 0 \end{cases}$$

これらの双対変数の経済的解釈は、つぎの通りである。上にバーをつけた変数は、最適解であることを示す。 u_i^A , v_i^A はそれぞれ D_i^A , A_i を限界約に1単位増加したときに発生する費用の限界的な変化である。しかしこれ

は、 D_i^A , A_i を1単位増加したときに、最適解の改良されるべき環境水準は変化しない場合、すなわち改良費用の項については変化しない場合にのみ成り立つことに注意しなればならない。この点が一般の線型計画の双対解

記号		定義	記号		定義
指標	i, j	ゾーン番号 環境評価項目番号	係数	r_j	現況環境水準 十分大きい正数。
	k	用途番号		C_{ij}^A	転換費用
				C_{ij}^B	改良費用。
係数	L_j^A	環境基準 許容率。	変数	x_{ij}^A	立地面積。
	D_i^A	総床面積需要量。		y_{ij}^B	改良される環境水準量。
	A_i	ゾーン面積		a_{ij}^A	0-1変数。

表-1

と著しく異なる点である。また $\bar{L}_k$ は、各用途の計画項目についての環境水準 L_k を1単位限界的に増加したとき、ゾーンにおける計画項目の改良費用の限界的な増加を表わしている。

4. 計画目標の妥当性の検討

上記のように、本モデルは費用最小化モデルとして定式化されている。このように定式化された主な理由は、便益の計量の不確実性による。このような本モデルの欠点を補う意味で、このモデルがどのような便益構造を暗黙裏に前提としているかを明らかにすることと試みる。ここで本説明の簡単のため、1用途1環境水準の場合について記す。今計画主体は、計画目標 D および L が総便益を最大にする計画目標であると決定したとする。この目的関数は $NB(D, L) = B(D, L) - C(D, L) \dots (3)$ ただし、 $B(D, L)$: 総便益、 $C(D, L)$: 総費用、 $NB(D, L)$: 純便益。ここで、 L に関しては NB は凹関数であると考えられる。 D に関しては、総費用関数は (1) から分かるように、段階的な改良費用を含むので、純便益関数も必ずしも凹関数でない。しかし右下りの連続な需要関数を考えると、区間的には凹になっている。したがって $NB(D, L)$ を最大にする最適条件はつぎのように考えられる。条件Ⅰ、 $\frac{\partial B}{\partial D} = \bar{U}$, $\frac{\partial B}{\partial L} = \sum \bar{w}_i = \bar{W}$, 条件Ⅱ、 $NB(D, L) = B(D, L) - C(D, L) \geq 0$, 条件Ⅲ、条件Ⅰ、条件Ⅱを満足する D, L の中で、 $NB(D, L)$ を最大にする $D, L \dots (4)$ 。条件Ⅰは、 D および L に関する限界便益が双対解 (= 限界費用) に等しいこと。条件Ⅱは、純便益が非負であること。そして条件Ⅲは、全体の最適化を保証している。ここで計画目標の妥当性の検討に関してつぎのことが告げる。(4)は、需要曲線および費用関数が与えられたときに、最適な計画目標 D^*, L^* を与える式である。しかしながら逆にある計画目標 $\bar{D}, \bar{L}$ を与えたとき、その与えられた $\bar{D}, \bar{L}$ が純便益を最大にする計画目標 D^*, L^* と一致するための条件式とみなすことができる。したがって(4)は、 $\bar{D}, \bar{L}$ が D^*, L^* と一致するための条件式とみなすことができる。この条件を明確化することによって、暗黙裏に想定された便益構造を知ることができる。

ここで、整備された土地に対する線型の需要関数を設定する。

すなわち、 $P = \alpha - 2\beta D - \gamma L \dots (5)$

ここに、 α, β, γ は未知の正定数。 P は、環境水準 L , 計画土地需要 D があるときの限界便益を示す。このとき、便益関数は P の定義より次式で示される。

$B(D, L) = \int_0^D P dD = (\alpha - \gamma L)D - \beta D^2 \dots (6)$

したがって、(4)式はつぎのように整理される。

条件Ⅰ、 $\alpha - 2\beta D - \gamma L = \bar{U}$, $\sum \bar{w}_i = \bar{W}$
 条件Ⅱ、 $(\alpha - \gamma L)\bar{D} - \beta \bar{D}^2 - C(\bar{D}, \bar{L}) \geq 0$
 条件Ⅲ、 $NB(\bar{D}, \bar{L}) \geq NB(D^*, L^*)$ (7)

ここに、 $\bar{D}$ は $\bar{D}$ 条件Ⅰ、Ⅱを満たす需要量を示す。(図参照)

(7)式において、 α, β, γ は、全て(1)式において与件とされているので、(7)式を満足する α, β, γ が求まる計画(1)の暗黙裏に想定している便益構造を規定する。まず、(7)式条件Ⅰより、 $\gamma = \bar{W}/\bar{L}$ 。この γ は、環境レベル1単位の変動に対して、土地需要が変動する量と見做してよいと考えられている計画では、 $\bar{W}/\bar{L}$ なる値を平均支払地価とみなしていることになる。さらに、 γ の値を(7)式に代入すれば、 (α, β) の範囲を知ることが出来る。この範囲は、 (α, β) 平面での直線 $\alpha - 2\beta \bar{D} = \bar{U} + \bar{W} \cdot \bar{L}/\bar{L}$ の1部からなる線分と示される。したがって、この線分上にある (α, β) の値に対応する便益(6)式が、想定された計画目標 (D, L) が妥当であるための便益構造である。通常、環境整備計画の便益は、地価に反映するので、上述 (α, β, γ) の範囲内での P の値を計算し、この P の値と地価とを比較することによって、計画目標の妥当性を検討することが出来る。

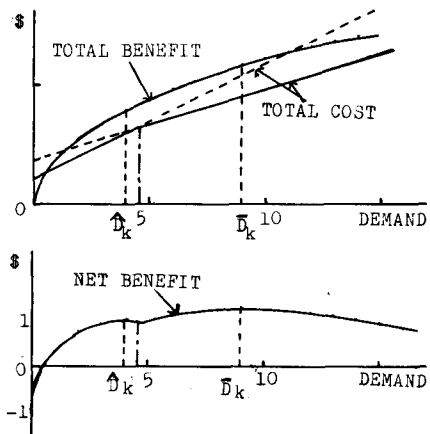


図-1

1) 長尾善三、森本善孝、林恒一郎「環境整備のための土地利用計画法に関する研究」『S.49. 全大会講演要録』
 2) Balas, E.: "Duality in Discrete Programming", 'Proceedings of the Princeton Symposium on Mathematical Programming' (H. W. Kuhn ed.), 1970