

京都大学工学部 正会員 藤田 昌久

1. はじめに

本研究の目的は、都市空間拡大過程のある相補的な一対の問題、最適問題と市場均衡問題、における両者の理論的關係を分析し、その結果を用いて両問題の解の諸性質を分析することである。このように両問題を同時的に考察することの利点は、一者についてすでに得られている知識を他方の分析に際して援用することができること、一者の解の性質を知ることにより他方のそれをも知ることができるということ、また解の実現方式について集権・分権の両者が比較可能になること、などである。

2. 都市空間拡大過程の最適問題と市場問題

本研究で対象とされる最も一般的な都市空間拡大過程の最適問題は次のように定式化される。

最適問題 G — OPG { $\Psi_{ie}^j(t)$ }

$$\max \int_0^{\infty} P(t) \left[\sum_{j,i,l} \bar{\Psi}_{ie}^j(t) y_{ie}^j(t) - \sum_{i,l} B_i(t) U_{ie}(t) - \sum_{i,l} C_i(t) U_{ie}(t) \right] dt$$

s.t.

a) 建物ストック変化式

$$\dot{X}_{ie}(t) = U_{ie}(t) - V_{ie}(t), \quad U_{ie}(t) \geq 0, \quad V_{ie}(t) \geq 0$$

b) 建物需給制約

$$\sum_j y_{ie}^j(t) \leq X_{ie}(t), \quad y_{ie}^j(t) \geq 0$$

c) 需要者数制約

$$\sum_i \sum_l y_{ie}^j(t) = N_j(t)$$

d) 土地制約

$$\sum_i k_i X_{ie}(t) \leq S_l$$

e) 非負制約

$$X_{ie}(t) \geq 0$$

f) 初期条件

$$X_{ie}(0) = \bar{X}_{ie}(0), \quad \text{ただし } \bar{X}_{ie}(0) \text{ は b) から e) を満たすことができるとする} \blacksquare$$

以上において i : 建物タイプ, $i = 1, 2, \dots, m$, j : 需要者 (= 活動) タイプ, $j = 1, 2, \dots, g$, l : 地区, $l = 1, 2, \dots, n$, t : 時刻 (= 時期), $B_i(t)$: 単位建設コスト, $C_i(t)$: 単位破壊コスト, $N_j(t)$: 都市全体における需要者数, S_l : 面積, k_i : 単位敷地面積, $P(t)$: 時間割引関数, $X_{ie}(t)$: 建物ストック個数, $U_{ie}(t)$: 単位時間あたり建設個数, $V_{ie}(t)$: 単位時間あたり破壊個数, $y_{ie}^j(t)$: 建物利用者数

なお以上のほかに、もう一つのパラメーターとして $\bar{\Psi}_{ie}^j(t)$ がある。上の OPG をそれぞれ自身独立した問題と

して取扱う場合には、 $\bar{\Psi}_{ie}^j(t)$ を (i, j, l, t) に対して外生的に (計画者または公共体によって) 与えられた貨幣タームでの評価値と解釈するのが最も妥当であろう。しかしながら、本研究での主要な興味は、パラメーター $\bar{\Psi}_{ie}^j(t)$ を何らかの前もって意味の定まったものと考えるのではなく、むしろ、このパラメーターをどのように解釈すれば OPG と、以下の MPG の間に、経済学的不一致 (計画学的に見て最も興味のある関係が出てくるか) ということである。従って、また、 $\bar{\Psi}_{ie}^j(t)$ を固定されたものとしてよりも、それを、変化させることに興味があるパラメーターとして考える。つまり OPG はパラメーター $\bar{\Psi}_{ie}^j(t)$ 空間上に定められる “問題群” OPG { $\bar{\Psi}_{ie}^j(t)$ } として考える。

一方、本研究で対象とされる都市空間拡大過程の市場均衡問題は次のように定式化される。

市場問題 G — MPG { $\bar{\Psi}_{ie}^j(t; U_j(t), t)$ }

a) 建物利用 (需要) 者

$$\max_{i,j,l} \{ U_{ie}^j(z,t) | P_i(t)z + R_{ie}(t) + F_{ie}^j(t) = Y_j(t), z \geq 0 \}$$

b) 建物建設業者

$$\max_U \{ P_{ie}(t) - k_i P_i(t) - B_i(t) \} U_{ie}, \quad U_{ie} \geq 0$$

c) 再開発 (建物破壊) 業者

$$\max_V \{ k_i P_i(t) - P_{ie}(t) - C_i(t) \} V_{ie}, \quad V_{ie} \geq 0$$

d) 借主としての建物所有者

市場レンタル価格 $R_{ie}(t)$ で $X_{ie}(t)$ の一部またはすべてを需要者に借す。

e) 建物ストック市場参加者

各自の将来予想にもとづき、それからの利益が最大となるように現時点および将来における各地区・各タイプ建物の購入量および販売量を決定ないし予定する。

f) 土地市場参加者

各自の将来予想にもとづき、それからの利益が最大となるように、現時点および将来における各地区の土地 (総面積は S_l) の購入量ないしは販売量を決定ないしは予定する。

g) 建物ストック変化式

$$\dot{\mathcal{X}}_{ie}(t) = U_{ie}(t) - U_{ie}(t)$$

ℓ) 初期条件

$$\mathcal{X}_{ie}(0) = \bar{\mathcal{X}}_{ie}(0), P_{ie}(0) = \bar{P}_{ie}(0), R_{ie}(0) = \bar{R}_{ie}(0) \quad \blacksquare$$

以上において、OPGにおける同一の記号はそこにおけるものと全く同一の意味を持つものである。さらに $U_{ie}^j(z, t)$: ほか (i, l, t) において、一般消費財 z を持った時の効用、したがって U_{ie}^j は z を変数とする効用関数、 $Y_j(t)$: 所得、 $F_{ie}^j(t)$: 交通費、 $R_{ie}(t)$: 建物レンタル価格、 $P_z(t)$: 一般財価格(ベクトル)、 $P_{ie}(t)$: 建物(ストック)価格。以上において $U_{ie}^j(z, t)$ 、 $Y_j(t)$ 、 $F_{ie}^j(t)$ 、 $P_z(t)$ は外生値であるが、我々はそれらを変化するパラメーターとみなす。よって上述の問題MPGはパラメーター空間 $\{U_{ie}^j(z, t), Y_j(t), F_{ie}^j(t), P_z(t)\}$ 上で定められた問題群MPG $\{U_{ie}^j(z, t), Y_j(t), F_{ie}^j(t), P_z(t)\}$ を規定する。ただし以下に説明される理由により、これを我々はMPG $\{\Psi_{ie}^j(U_j(t), t)\}$ と表わす。

3. 最適条件と市場均衡条件

両問題の相互関連は、それらの解のための条件を知ることにより明確になる。それらは次のようにまとめられる。ただし $P(t) = e^{-\rho t}$ 、 $\beta > 0$ と仮定する。

最適条件G-OCG $\{\Psi_{ie}^j(t)\}$

$$(i) R_{ie}(t) = \max [\max (\bar{\Psi}_{ie}^j(t) + Q_j(t)), 0]$$

$$(R_{ie}(t) - \bar{\Psi}_{ie}^j(t) - Q_j(t)) y_{ie}^j(t) = 0$$

$$\sum_j y_{ie}^j(t) \leq \mathcal{X}_{ie}(t)$$

$$(\mathcal{X}_{ie}(t) - \sum_j y_{ie}^j(t)) R_{ie}(t) = 0$$

$$\sum_i \sum_j y_{ie}^j(t) = N_j(t), y_{ie}^j(t) \geq 0$$

$$(ii) \dot{\mathcal{X}}_{ie}(t) = -R_{ie}(t)$$

$$(iii) \bar{\mathcal{X}}_{ie}(t) + \Lambda_{ie}(t) \leq B_i(t) + k_i P_{ie}(t)$$

$$\bar{\mathcal{X}}_{ie}(t) + \Lambda_{ie}(t) = B_i(t) + k_i P_{ie}(t) \text{ when } U_{ie}(t) > 0$$

$$(iv) k_i P_{ie}(t) \leq \bar{\mathcal{X}}_{ie}(t) + \Lambda_{ie}(t) + C_i(t)$$

$$k_i P_{ie}(t) = \bar{\mathcal{X}}_{ie}(t) + \Lambda_{ie}(t) + C_i(t) \text{ when } U_{ie}(t) > 0$$

$$(v) \dot{\mathcal{X}}_{ie}(t) = U_{ie}(t) - U_{ie}(t), U_{ie}(t) \geq 0, U_{ie}(t) \geq 0$$

$$(vi) \dot{P}_{ie}(t) = \beta P_{ie}(t) \text{ when } \sum_i k_i \mathcal{X}_{ie}(t) < S_e$$

$$P_{ie}(t) \leq \beta P_{ie}(t) \text{ when } \sum_i k_i \mathcal{X}_{ie}(t) = S_e$$

$$(vii) \dot{\Lambda}_{ie}(t) = \beta \Lambda_{ie}(t) \text{ when } \mathcal{X}_{ie}(t) > 0$$

$$\dot{\Lambda}_{ie}(t) \leq \beta \Lambda_{ie}(t) \text{ when } \mathcal{X}_{ie}(t) = 0$$

$$(viii) \mathcal{X}_{ie}(0) = \bar{\mathcal{X}}_{ie}(0)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} P_{ie}(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} \bar{\mathcal{X}}_{ie}(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} \Lambda_{ie}(t) = 0 \quad \blacksquare$$

一方、MPGにおける均衡条件を述べるために関数 $U_{ie}^j(R_{ie}(t), t)$ および $R_{ie}^j(U_j(t), t)$ を次のように定義する。

$$U_{ie}^j(R_{ie}(t), t) = \max_{z \geq 0} \{U_{ie}^j(z, t) | P_z(t)z + R_{ie}(t) + F_{ie}^j(t) = Y_j(t)\}$$

$$\Psi_{ie}^j(U_j(t), t) = \max_{z \geq 0} \{Y_j(t) - P_z(t)z - F_{ie}^j(t) | U_{ie}^j(z, t) = U_j(t)\}$$

均衡条件G-ECG $\{\Psi_{ie}^j(U_j(t), t)\}$

(i) 建物利用者

$$U_j(t) = \max_{i, l} U_{ie}^j(R_{ie}(t), t), (U_j(t) - U_{ie}^j(R_{ie}(t), t)) y_{ie}^j(t) = 0$$

(ii) 建物レンタル市場

$$R_{ie}(t) = \max [\max \Psi_{ie}^j(U_j(t), t), 0]$$

$$(R_{ie}(t) - \Psi_{ie}^j(U_j(t), t)) y_{ie}^j(t) = 0$$

$$\sum_j y_{ie}^j(t) \leq \mathcal{X}_{ie}(t)$$

$$(\mathcal{X}_{ie}(t) - \sum_j y_{ie}^j(t)) R_{ie}(t) = 0$$

$$\sum_i \sum_j y_{ie}^j(t) = N_j(t), y_{ie}^j(t) \geq 0$$

(iii) 建物建設市場

$$k_i R_{ie}(t) + B_i(t) \geq P_{ie}(t), (k_i R_{ie}(t) + B_i(t) - P_{ie}(t)) U_{ie}(t) = 0$$

(iv) 建物再開発(破壊)市場

$$k_i R_{ie}(t) \leq P_{ie}(t) + C_i(t), (P_{ie}(t) + C_i(t) - k_i R_{ie}(t)) U_{ie}(t) = 0$$

(v) Asset 市場

$$(iv-1) \text{ 建物 } \dot{P}_{ie}(t) = \beta P_{ie}(t) - R_{ie}(t) \text{ when } \mathcal{X}_{ie}(t) > 0$$

$$\dot{P}_{ie}(t) \leq \beta P_{ie}(t) - R_{ie}(t) \text{ when } \mathcal{X}_{ie}(t) = 0$$

$$(iv-2) \text{ 土地 } \dot{P}_e(t) = \beta P_e(t) \text{ when } \sum_i k_i \mathcal{X}_{ie}(t) < S_e$$

$$\dot{P}_e(t) \leq \beta P_e(t) \text{ when } \sum_i k_i \mathcal{X}_{ie}(t) = S_e$$

(vi) 建物ストック変化式

$$\dot{\mathcal{X}}_{ie}(t) = U_{ie}(t) - U_{ie}(t), U_{ie}(t) \geq 0, U_{ie}(t) \geq 0$$

(vii) 端点条件

$$(vi-1) \mathcal{X}_{ie}(0) = \bar{\mathcal{X}}_{ie}(0), P_{ie}(0) = \bar{P}_{ie}(0), P_e(0) = \bar{P}_e(0)$$

$$(vi-2) \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} P_{ie}(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} P_e(t) = 0 \quad \blacksquare$$

以上の条件OCGとECGを比較することにより両問題の解の間には密着な関連が存在することがわかるであろう。

4. おわりに

以上の条件を用いて、両問題の間の理論的関連、さらには、両問題の解の性質を分析することができる。たとえば、上述の問題に適当な条件を加えて簡略化した、いくつかの特殊問題については、それについての完全な一般解を求めることができる。それらの群しい結果については講演時に発表する。