

1. 緒言

本文は、材料の破壊様式を破面とその発生確率の点から論じたものである。破壊様式が分離型とすべり型に大別され、また、破壊が確率的要素 (K, λ) をもつと考えて、すでに異方性材料の強度については二三の考察を試みている。本文では、巨視的には等方的な材料の破壊を、それぞれの確率 (K, λ) を座標軸とする平面において確率ベクトルとして表示した場合、このベクトルとこれらの座標軸とのなす角はその材料の破壊角と対応する点に注目し、この性質を用いていわゆる内部摩擦係数やすべり破面の発生機構について確率論的考察を試みるものである。

2. 破壊様式の確率ベクトルによる表示

緒言で述べたように破壊様式を破面の点から大別すると、引張応力によって互いに分離する分離型破壊と、せん断応力によって相対的に面がすべるすべり型破壊とに分類される。そのうち、前者は破面が一軸圧縮軸に平行な圧縮分離型と、一軸引張軸に直交する引張分離型とに区別される。ここでこれらの破面の発生する確率をそれぞれ K_1, K_2 及び λ とすると、これらは互に排反であると考えられるから、一軸圧縮及び一軸引張による破壊時にはそれぞれ次式が成り立つ。

$$K_1 + \lambda = 1 \quad (1)$$

$$K_2 + \lambda = 1 \quad (2)$$

一方、 $K_1 = K_1(0)$ 、 $K_2 = K_2(-0)$ 、 $\lambda = \lambda(0)$ と考えると、これらは $\sigma-\tau$ 座標における σ 、 τ 軸と相互のなす角度の点で対応している。すなわち、圧縮分離面 (K_1) と引張分離面 (K_2) は互いに直交し、また、最大せん断応力方向において生じると考えられるすべり面 (λ) はこれらと $\frac{\pi}{4}$ の角度をなす。従って K_1, K_2 及び λ は図-1に示すような関係にある。(1)、(2)式を考慮すると一軸圧縮及び引張における破面の確率は、それぞれ $\triangle BOA$ 及び $\triangle COB$ 内における O を始点とする確率ベクトルで示される。例えば、一軸圧縮においては次式で示される確率ベクトル P が、単位ベクトルまで成長した時に破壊が生じると考えられる。

$$P = K_1 + \lambda \quad (3)$$

この時、 OP は破面の方向を表わし、従って $\angle POA = \theta$ は圧縮軸と破面とのなす角(破壊角)を与える。

3. 内部摩擦係数と破壊確率との関係

さて、一軸圧縮下において破壊角 θ で材料がすべり破壊を起こす場合を考えてみよう。このとき、 $\angle BOP = \phi/2$ とくと次式が成り立つ。

$$\frac{\phi}{2} + \theta = \frac{\pi}{4} \quad (4)$$

これはいわゆる内部摩擦角 ϕ と破壊角 θ との関係を示すものである。従って、 ϕ の正接は次式で示される。

$$\tan \phi = \frac{1 - \tan^2 \theta}{2 \tan \theta} \quad (5)$$

一方、確率ベクトル P の成分が K_1, λ であることより、(5)式は K_1, λ によって次のように示される。

$$\tan \phi = \frac{K_1 (\sqrt{2}\lambda + K_1)}{\lambda (\sqrt{2}K_1 + \lambda)} \quad (6)$$

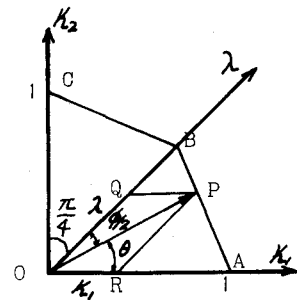


図-1 破壊確率のベクトル表示

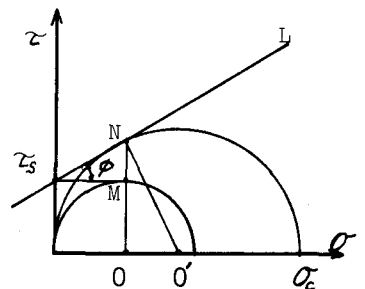


図-2 モールの応力円

従って、例えば圧縮分離破壊($\mu_1=1, \lambda=0$)の場合は $\phi=\frac{\pi}{2}$ となり、図-2に示す直線LはO軸に垂直となる。

4. すべり型破壊における破壊機構

次にすべり面の形成過程を考察する。一軸圧縮下において、応力の増加に伴って確率ベクトルQPは増大し、QP=1で材料は破壊するが、その経路として典型的な三つの場合が考えられる(図-1)。すなわち、OP、ORP及びOQPである。OPである場合には、 μ_1/λ が一定の状態で破壊することを示し、またORPの場合にはすでに発生している圧縮分離面をすべり面が切る場合のあることを示しているが、一般の材料の力学的性質等を考慮すると、これらの現象は起りにくいと考えられる。従って、すべり面はOQPの経路によって発生するものと思われる。



図-3

ここで、このすべり面の形成過程をモールの応力円(図-2)と対比させて考えると次のように考察される。すなわち、外応力 $\sigma=2\tau_s$ (図-2、円O)のとき、すべり破壊が $\theta=\frac{\pi}{4}$ の面上に生ずるが図-1においてこれに対応するベクトルは $\lambda=OQ$ であり1より小さい。従って、この破面は部分的(すべり面は生じているが全体破壊ではない)であり応力は増加する。しかし、その後 λ =一定であるからすべり面はそれ以上拡大せず、 μ_1 (QP)の増大とともに圧縮分離面が生じて材料は破壊する。

一方、図-3に模式的に示すように、すべり線の先端には高い引張集中応力が生じることが弾性論により確かめられている³⁾。このことは、上述の考察のようにすべり面の確率ベクトルがOQPの経路をとることを裏付けているものと考えられる。

また、この破壊様式において $\lambda(\tau)<1$ であることは、見掛け上せん断強度が増加することを示している。

5. 確率ベクトルと応力(強度)との関係

本文では、破壊様式を破面の発生確率の点から考察を加えたが、破壊時の応力とそれぞれの確率(μ_1, μ_2, λ)とがどのように対応しているかについては、実験的な面からも検討されなければならない。この場合、単に最終応力(強度)の分布のみならず、その途中の応力状態における材料の力学的挙動や材料のどのような性質がこれらの確率と対応しているかという点も大きな問題である。

例えば、本文におけるすべり破壊の場合、内部摩擦係数によるせん断強度(τ_s)の見掛け上の増加(図-2、MN)が $\lambda(=OB)$ と関連しており、また、これによる圧縮応力の増加($\sigma-2\tau_s$)が $\mu_1(=QP)$ と対応していると考えられ、これらを検討することによって確率との対応がより具体的になるものと考えられる。

6. 参考文献

- 1) 佐武正雄、田野久貴：岩石の一軸圧縮試験における破壊様式と強度について、土木学会第8回岩盤力学に関するシンポジウム講演概要、16~20、1973
- 2) 佐武正雄、田野久貴、横沢純一：層状せい性供試体の圧縮強度に関する確率論的考察、土木学会第29回年次学術講演会講演概要集第3部、440~442、1974
- 3) Stroh, A. N. : The Formation of Cracks as a Result of plastic Flow, Proc. Roy. Soc. A223, 404~414、1954