# III-239　トンネル湧水の非定常解析


九州大学工学部　正員　樗木 武
同　学生員　○楊 勲得
同　学生員　松隈宣明


## 1. まえがき

本研究はトンネル湧水に関して非定常浸透理論を用い，その近似的な解法を提案するものである。また，単にトンネルの恒常湧水量と水面低下量およびその影響範囲を求める問題に対しては定常浸透流理論より解析できることを示したものである。

## 2. トンネル湧水の非定常浸透流解析

非定常状態の浸透流に関する基本式は既に文献(1)によって明らかである。

$[R]=[K][H]+[P][\frac{\partial H}{\partial t}]+[F]\frac{\partial}{\partial t}[H]$ ------------- (1)

このうち，第2項はZienkiewicz[2]や飯田[1]らが指摘するように他の項に比較して小さいと考えられるので，本研究においても省略することにした。しかるとき，上式は

$[R]=[K][H]+[F]\frac{\partial}{\partial t}[H]$ ---------- (2)　　時間に関して中央差分を用いれば $[\frac{\partial H}{\partial t}]=-[\frac{\partial H}{\partial t}]_{t-\Delta t}+([H]_t-[H]_{t-\Delta t})\,2/\Delta t$

であるから，これを式(2)に代入すれば $[R]=[K][H]_t+[F]\{-[\frac{\partial H}{\partial t}]_{t-\Delta t}+([H]_t-[H]_{t-\Delta t})\,2/\Delta t$　よって

$[D][H]_t=[J]$ ---------- (3)　　ここに $[D]=([K]+2/\Delta t\,[F])$　　$[J]=[R]+[F](2/\Delta t\,[H]_{t-\Delta t}+[\frac{\partial H}{\partial t}]_{t-\Delta t})$

$[K]$：浸透マトリックス　　$[R]$：節点流量マトリックス

式(3)から$t$時間後の$[H]$が求められるがその方法は以下のとおりである。すなわち，前時間段階のHを用いて，要素分割を行い，これに対して式(3)を適用のうえ$t$時間後におけるHを求めるものである。かくしてえられたHと要素分割の仮定浸潤面が一致しない場合には再度分割をやり直して繰返し式(3)を適用すべきであるが，各前後の時間段階では差程大きなHと要素分割との差異はないものと考えられるので各時間段階毎に逐一演算を繰返す必要はない。しかし，この誤差は時間段階の進行と共に累積するものであるから，適当な時間段階の進行毎に修正することが望まれる。修正方法は簡単のため，節点を垂直方向$y$に移動させて行うものとすれば浸潤面上の節点とその下に存在する節点に対して，$y$座標を次式により修正するものである。（図－1 参照）

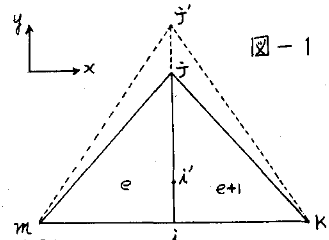
$y_{i'}=y_i+(y_{j'}-y_j)$　　ここに $y_i, y_{i'}$：修正前および修正後の節点$i$の$y$座標

$y_j, y_{j'}$：修正前および修正後のある自由水面の$y$座標

修正後の節点$i'$の水頭$H_{i'}$は次のようにおめられる。すなわち，要素内の水頭をHとすれば周知のごとく

$$H=[N_i\ \ N_j\ \ N_m]\begin{bmatrix}H_i\\H_j\\H_m\end{bmatrix}\ \text{-------------}\ (4)$$

で表わすことができる。




図－1

ここに $N_I=(1/2\Delta)(a_I+b_I x+c_I y)$　　$I=i, j, m$

$a_i=x_j y_m-x_m y_i$　　$b_i=y_j-y_m$　　$c_i=x_m-x_j$

上式において，自由水面の水頭$H_j$のみを修正値$H_{j'}$におきかえ，他の水頭$H_m$，$H_K$はもとのままとして，$H_{i'}$の近似値を算定するものとすれば次式のようにえられる。

$$H_{i'}=\frac{1}{4\Delta^e}[(a_i+b_i x_i+c_i y_{i'})H_i+(a_j+b_j x_j y_{i'})H_{j'}+(a_m+b_m x_i+c_m y_{i'})H_m]^e+\frac{1}{4\Delta^{e+1}}[(a_i+b_i x_i+c_i y_{i'})H_i+(a_K+b_K x_i+c_K y_{i'})H_K+(a_j+b_j x_i+c_j y_{i'})H_{j'}]^{e+1}$$

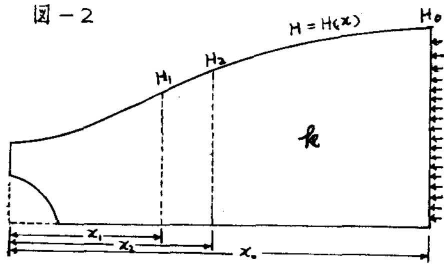
上式は図－1のように節点$i$のまわりに自由水面上に節点を有する2つの要素が接続する場合について$H_{i'}$の算定式を示したものであるが，さらに多くの要素が接続するような場合には各要素に対して式(4)より$i'$の水頭を求め

，それらの平均値でもって$H_i'$とするものである。

## 3. トンネル湧水の定常浸透流解析

トンネル湧水問題は厳密には非定常浸透流解析を行わねばならないが，かかる場合には多大の労力を要することになる。一方，トンネル湧水解析の目的が単に，恒常湧水に達したときの水面低下量および影響範囲を求めることであることもある。このような場合には定常浸透流理論により算定することが可能である．図－２に示すように，透水係数$k$，もとの水位$H_0$，平均流入量$q_0$が基礎データとして与えられているものとすれば厳密には次のような方法による繰返し演算となる．

図－２




(1) 水面低下の影響範囲$x_0$を仮定し，$H_0$を境界条件として与えて解析し，その時の湧水量$Q$を求める。

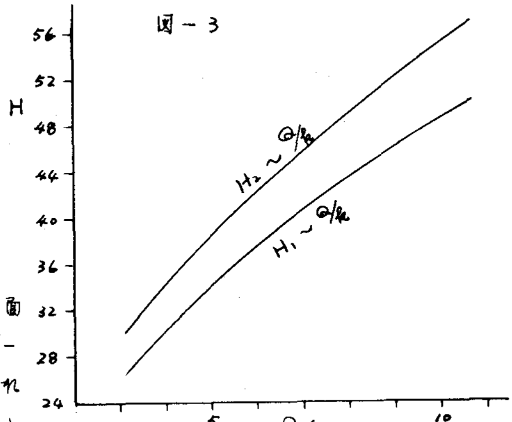
(2) $|Q-q_0H_0|\leqq\varepsilon$（$\varepsilon$：収束判定値）ならば仮定した$x_0$は求めんとする水面低下の影響範囲と解釈でき，水面低下量も求められることになる。

(3) $|Q-q_0H_0|>\varepsilon$ならば$x_0$を仮定し直して再度計算を繰返す.

$q_0$を完全に既知のものとし，かつ変動がないならば$x_0$を求める演算は差程労力を要しないであろう．しかし，現実問題として，$q_0$は推定値であり，かなりの誤差を含むものであるから，あるRangeで$q_0$を適当に仮定して，その間の変動領域$x_0$を求めることが望まれることもあるであろう．また，積極的に時期的なものを考慮して$q_0$を変動させることもある．このような場合，$q_0$の各値について逐一$x_0$を求めることが望まれるがElementの数が多いこと，浸潤面の決定に繰返し計算が行なわれることと考え合せると大変な労力が要求され，したがって何らかの簡便法が必要になる．そこで著者らは次のような方法を提案するものである。

少なくとも$x=x_1\sim x_0$間の$H=H(x)$について，何らかの関数を仮定することができればせまい領域($x=0\sim x_2$)の演算結果から次のように$x_0$を推定することができる。すなわち，適当な$0\sim x_2$に対して，$H_0$を種々変化させてえられる流量$Q$(または$Q/k$)と$x_1$および$x_2$点における水面高さ$H_1$，$H_2$をあらかじめ算定して，これを図表化しておく。この図表から与題の$q_0H_0$(又は$q_0H_0/k$)に相当する$H_1$，$H_2$を読みとれば，$x=x_1\sim x_0$間の$H=H(x)$曲線の仮定にしたがって次のように求められる。

図－３




i) $H(x)$として直線を仮定する場合

$$x_0=\frac{1}{H_2-H_1}\left\{(H_0-H_1)x_2-(H_0-H_2)x_1\right\}$$

ii) $H(x)$として放物線を仮定する場合

$$x_0=\frac{1}{H_2^2-H_1^2}\left\{(H_0^2-H_1^2)x_2-(H_0^2-H_2^2)x_1\right\}$$

一例として$Q/k=10.65$，$H_0\fallingdotseq75$であるトンネル湧水の水面低下影響範囲の推定を試みれば次のとおりである．まず，図－３の$H_1-Q/k$，$H_2-Q/k$曲線から$H_1=50^m$，$H_2=56.8^m$がえられ，これらの値を式(6)に代入すれば$x_0=229.64^m$を得る．また，式(7)を用いる場合には$x_0=249.69^m$となる．実は$Q/k=10.65$は影響範囲を$x_0=250^m$として，これに見合う流量をFEMにより別途算定してえたもので，したがって式(6),(7)よりえられる$x_0$が$250^m$に近い値を示すことは本推定法が妥当なものであることを数値的に例証するものである。

参考文献

1) 飯田隆一，朝倉　肇：非定常浸透流の有限要素法による解析　土木研究所報告NO.142号の1　1971
2) Zienkiewicz, Mayer, Cheung : Solution of anisotropic seepage by Finite Element.