

神戸大学工学部 正員 川谷 健
神戸大学工学部 学生員 〇三宅 旬

1. まえがき

降雨の浸透によって基岩あるいは不透水層の上に形成される地下水が、山腹斜面の表層崩壊に大きく関係していることは、しばしば指摘されている。とくに、表層土が砂質土である場合、地下水位の上昇の結果、パイピング現象が生じ、これを引き金にして斜面崩壊が起ることも報告されている。このような地下水位の上昇にもとづく斜面崩壊が、凹状斜面に多く、凸状斜面に少ないことは、理解できる。しかしながら、凹状あるいは凸状斜面での地下水の挙動が、必ずしも定量的に検討されているとはいえない。崩壊との関連において、地下水の挙動を定量的に検討するのが困難であるのは、その非定常な挙動の解析が必要となるためである。一般に、地下水の非定常運動をあらわす微分方程式は非線形である。原水位からの水位変動が小さく、不透水層が水平であるか、あるいは、その勾配が小さい（例えば、10以下）と仮定し得る場合、基礎方程式を線形化し、非定常運動についての解析解を求めることも可能である。しかし、上記の仮定は斜面上の地下水流には不適当である。さらに、不透水層の勾配が一定であると仮定することも妥当ではない。ここでは、凹状谷と称されるような小流域を対象とし、浸透によって生じた地下水が谷部に流下集中する過程を数値解析によって検討した。

すなわち、凹状の不透水層をとり上げ、その上の地下水の非定常流をあらわす微分方程式を導き、数値解析手法によって解を求めた。得られた結果は、上記の微分方程式および解析手法が、斜面上の地下水流を定量的にとらえるために有効であることを示していると考えられる。

2. 基礎微分方程式

解析の対象とする斜面上の小流域の模式図と座標系を図-1に示す。流域界上の点より不透水層に沿って、x軸の正の方向に測った距離をr、y軸の負の方向に測ったものをsであらわす。いま、静水圧分布を仮定すれば、piezometric headは不透水層面に沿った法線に沿って、ほぼ一定であることがわかる。したがって、xおよびy方向の流速uおよびvは、それぞれ、 $u = -k \frac{\partial}{\partial x} (h \cos \theta + b)$

および $v = -k \frac{\partial}{\partial y} (h \cos \theta + b)$ で与えられる。ここで、hは不透水層面の法線に沿って測った水高、bは基準面から不透水層面までの高さ、 θ は法線と鉛直軸(z軸)とのなす角、kは透水係数である。一オ、自由水面で単位面積あたりwのかん養があるとすると、底面が $dr \times ds$ である水柱(図-2)についての連続の式は、 $\frac{\partial}{\partial t} (h dr ds) = -\frac{\partial}{\partial r} (u dr ds) - \frac{\partial}{\partial s} (v dr ds) + w \cos \alpha \cos \beta dr ds$ である。

ここで、 α および β は、rおよびs軸が水平面となす角、 α は有効空疎率である。上記の式より、 $\frac{dh}{dt}$

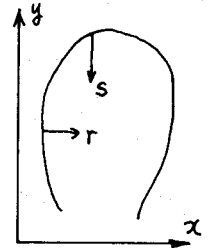


図-1

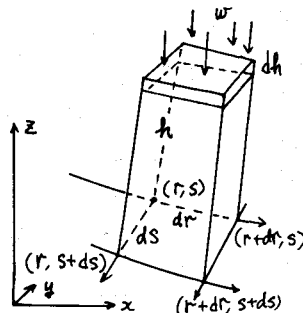


図-2

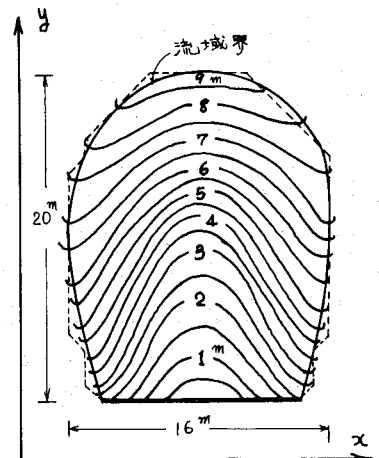


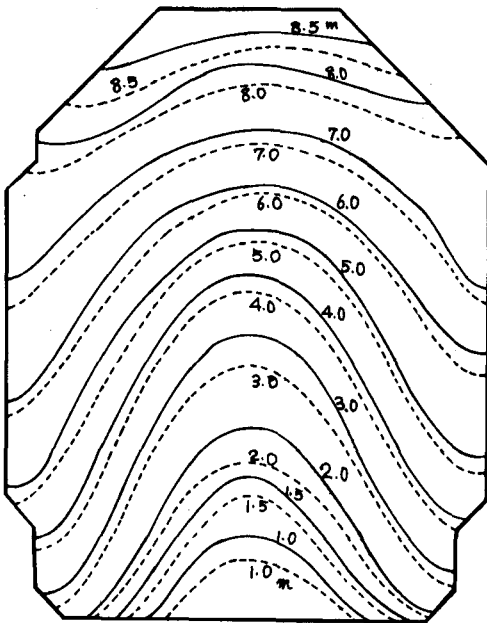
図-3

$= \cos \alpha$, $dy/ds = \cos \beta$ を使って, $\frac{\eta}{K} \frac{\partial h}{\partial t} = h \cos^2 \alpha \left(\cos \theta \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} \frac{\partial (\cos \theta)}{\partial x} + h \frac{\partial^2 (\cos \theta)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 b}{\partial x^2} \right) + (\cos \alpha) \left(\cos \alpha \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + h \frac{\partial^2 (\cos \alpha)}{\partial x^2} \right) \left(\cos \theta \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + h \frac{\partial^2 (\cos \theta)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 b}{\partial x^2} \right) + (\gamma, \beta \text{ について同様の項}) + \frac{W}{K} \cos \alpha \cdot \cos \beta$ を得る。

3. 数値解析

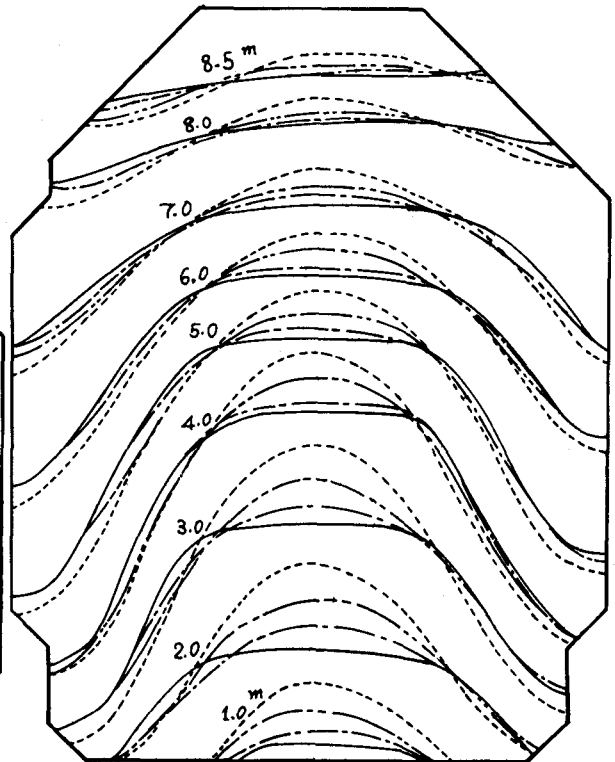
斜面の代表的な長さを L として, $x = x/L$, $y = y/L$, $H = h/L$, $B = b/L$, $W = w/K$ および $T = t/(L^2/K)$ などを用いて上式を無次元化し, さらに, その式を陽解法を用いて差分化すると, $H_{i,j}^{n+1} = H_{i,j}^n + R H_{i,j}^n \cos \alpha_{i,j} \{ \cos \theta_{i,j} (H_{i+1,j}^n - 2H_{i,j}^n + H_{i-1,j}^n) + \frac{1}{2} (H_{i,j}^n - H_{i-1,j}^n) (\cos \theta_{i+1,j} - \cos \theta_{i-1,j}) + H_{i,j}^n (\cos \theta_{i+1,j} - 2 \cos \theta_{i,j} + \cos \theta_{i-1,j}) + (B_{i+1,j} - 2B_{i,j} + B_{i-1,j}) \} + \frac{1}{4} R \cos \alpha_{i,j} \{ \cos \alpha_{i,j} (H_{i+1,j}^n - H_{i-1,j}^n) + H_{i,j}^n (\cos \alpha_{i+1,j} - \cos \alpha_{i-1,j}) \} \{ \cos \alpha_{i,j} (H_{i+1,j}^n - H_{i-1,j}^n) + H_{i,j}^n (\cos \theta_{i+1,j} - \cos \theta_{i-1,j}) + (B_{i+1,j} - B_{i-1,j}) \} + \{ \gamma, \beta_{i,j} \text{ について同様の式} \} + W \cdot \Delta T \cos \alpha_{i,j} \cos \beta_{i,j}$ となる。ここで, $H_{i,j}^n = H(x \Delta x, y \Delta y, n \Delta T)$, $\theta_{i,j} = \theta(x \Delta x, y \Delta y)$ などである。数値計算のために採用した斜面を図-3に示す。計算に使用した数値は, $K = 10^{-3} \text{ cm/s}$, $W = 10^{-4} \text{ mm/hr}$, $n = 0.2$, $L = 20 \text{ m}$ であり, 浸透継続時間は6時間であるととし, その後, 浸透は無いものとした。解の安定条件は, 線形方程式に対するものに準じて, $\Delta x = \Delta y = 0.05$ ($\Delta x = \Delta y = 1 \text{ m}$) の場合, $\Delta T \leq 6.25 \times 10^{-4}$ ($\Delta t \leq 4.17 \text{ 分}$) より, $\Delta t = 3 \text{ 分}$ を採用した。境界線上では, その法線方向の水面勾配は zero であるとした。下流端は擁壁があり, 地下水の貯留があるとした。初期条件は, 表層の厚さとその浸透能力全域でほぼ一定であると仮定し, 地下水面の位置は同時刻であるとした。

図-4 および図-5に, 結果を示す。図-4は不透水層の等高線と, 浸透停止直後 ($t = 6 \text{ hr}$) の等水位線である。両者はほぼ平行である。図-5は, $t = 6 \text{ hr}$ およびその後の3日間の水位変動である。尾根部での水位の降下, 谷部での水位の上昇が観察される。



—— 不透水層 等高線
----- $t = 6 \text{ hr}$ 等水位線

図-4



----- $t = 6 \text{ hrs}$
—— $t = 6 \text{ hrs} + 1 \text{ day}$
—— $t = 6 \text{ hrs} + 2 \text{ days}$
—— $t = 6 \text{ hrs} + 3 \text{ days}$

図-5