

1. まえがき

本研究は主としてフィルタイプダムを想定し、貯水池水位降下時の堤体内応力変形解析ひいては安定解析法の確立を目的としたものである。その第一歩として前報で外水位の降下に伴い時々刻々変動する流れ場に起因した外力変化を増分形で評価し、これを漸増荷重として非線形解析を行う一試みを提案した。ところで、本解析法を実際的な問題に適用する場合、まず第一に高精度の非定常浸透流解析を必要とする。このため筆者も Herbert、他に基づく France、他³⁾ および Desai⁴⁾ の手法に準拠した linear iso-parametric element を用いたプログラムを開発し、種々の問題に適用してきた。それらのいくつかはすでに発表しているが、いずれも自由水面がある程度の時間経過後、浸出点近傍で実測値に比べて著しく低下し好ましい結果は得られていなかった。当初その原因が浸出点決定法にあると考え、流量に基づく一手法を考案し、幾分改良が得られたものの依然として長時間経過後の顕著な浸出点低下を防ぐことはできなかった。最近この原因が明らかとなり、現行の有限要素解析に本質的に備わった特性であることが判明したので本文においては特にこの点を強調して述べたい。なお、主題である堤体の応力変形解析に関しては目下継続中であり、当日までにとりまとめて発表の予定である。

2. 浸出点における動水勾配(流速)の特異性

Fig. 1 は任意時刻における流れ場の linear iso-parametric element による要素分割を模式図的に示したものである。図において浸出点を含む要素 e (以下この要素を浸出点要素と呼ぶ) を取り出し、局所座標系 ξ, η および 4 節点の全体系座標値を付したものを Fig. 2 に示す。このとき、要素 e 内の全水頭 H の変化は次式(1)で規定される。

$$H = \sum_{i=1}^4 N_i H_i \quad (1)$$

ここに、 H_i は 4 節点の水頭値、また形状関数 N_i は $\xi_0 = \xi_1 \xi_2 \xi_3 \xi_4$ 、 $\eta_0 = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \eta_4$ ($i=1, 2, 3, 4$) とし次式(2)で与えられる。

$$N_i = \frac{1}{4} (1 + \xi_0) (1 + \eta_0) \quad (2)$$

ただし、添字 i は i 点の座標値であることを意味する。さらに、要素 e 内で全体系座標 (x, y) の変化が上と同じ形状関数および 4 節点の座標値 (x_i, y_i) を用いて

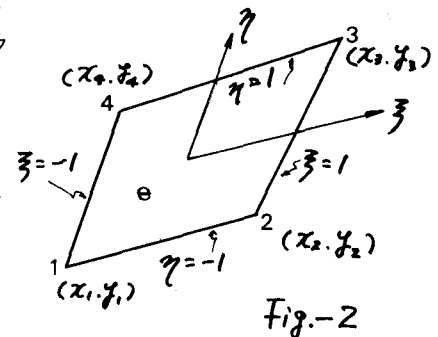
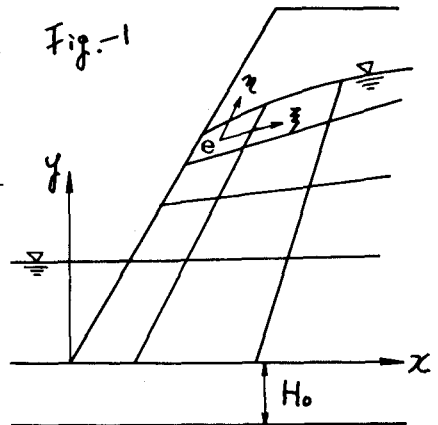
$$x = \sum_{i=1}^4 N_i x_i, \quad y = \sum_{i=1}^4 N_i y_i \quad (3)$$

以上により、要素 e 内の動水勾配は若干の演算のち次式(4)の形で表される。

$$\left\{ \frac{\partial H}{\partial x}, \frac{\partial H}{\partial y} \right\} = [J]^{-1} [B] \begin{Bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

ここに、 $[J]$ は Jacobian matrix である。いま、式(4)を展開すると一般形として次式(5)、(6)が得られる。

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{\det[J]} (a_1 H_1 + b_1 H_2 + c_1 H_3 + d_1 H_4) \quad (5)$$



$$\frac{\partial H}{\partial y} = \frac{1}{\det[J]} (a_2 H_1 + b_2 H_2 + c_2 H_3 + d_2 H_4) \quad (6)$$

式(5)において係数 $a_1 \sim d_1$ は4節点の y 座標値および (ξ, η) で、また式(6)の $a_2 \sim d_2$ は x 座標値および (ξ, η) で構成されている。したがって、たとえばFig. 1の浸出点(Fig. 2の節点4)の動水勾配を求めるためにはこの点の局所座標値すなわち $\xi = -1, \eta = 1$ を上式(5), (6)に代入するとよい。浸出点に関してこれを実行すると各係数は次のようになる。

$$\begin{aligned} a_1 &= (y_3 - y_4)/4, & b_1 &= 0, & c_1 &= (y_4 - y_1)/4, & d_1 &= (y_1 - y_3)/4 \\ a_2 &= (x_4 - x_3)/4, & b_2 &= 0, & c_2 &= (x_1 - x_4)/4, & d_2 &= (x_3 - x_1)/4 \end{aligned} \quad (7)$$

同様に分母の $\det[J]$ も4節点の x, y 座標値および (ξ, η) で構成され浸出点においては次式となる。

$$\det[J] = \{(x_3 - x_4)(y_4 - y_1) - (x_4 - x_1)(y_3 - y_4)\} / 4 \quad (8)$$

ここで議論を一般化するために、Fig. 1に示すように水頭に関する基準面を x 軸より H_0 だけ下方に設定する。このとき浸出点要素 e の4節点のうち節点1, 3, 4は浸出面および自由水面上の点であることから、いずれも全水頭は位置水頭に等しいはずである。すなわち

$$H_1 = y_1 + H_0, \quad H_3 = y_3 + H_0, \quad H_4 = y_4 + H_0. \quad (9)$$

以上、式(7), (8), (9)を式(5), (6)に代入すると次の結論が得られる。

$$\frac{\partial H}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial y} = 1 \quad (10)$$

式(10)に到る過程をここではlinear elementに基づいて論じながら、この事実は一要素(quadratic element)あるいは三要素(cubic element)にかかわらず成り立つことを確かめている。さらに、一般に広く用いられている通常の三節点三角形要素に関していえば、もし浸出点を含む要素がFig. 3のように単一の要素から成る場合には、やはりその要素内において式(10)の成り立つことが容易に証明される。さて、現在までに発表されている有限要素法による非定常浸透流解析の大部分は、なんらかの形で自由水面上の流速分布に依存したものである。かかる式(10)の事実から浸出点においては時間経過に無関係に流速が一定値を有することとなり実状に即さない。すなわち、一般に長時間後の自由水面変動は時と共に漸次縮小し、ある一定の定常状態に収束すべきものが、式(10)より、計算による浸出点は常に変動し続けることになる。

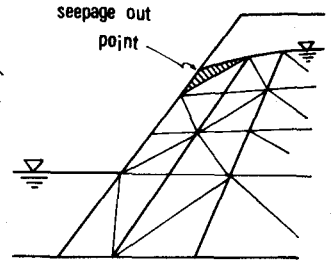


Fig. 3

このことが先に述べた実測値に比べて浸出点の低下が著しくなることの理論的裏付けである。元来極めて精度が高いといわれている iso-parametric element を用いても、また要素分割をいくら密にとっても浸出点における流速には以上のような特異性の含まれている事実には十分留意せねばならない。

3. むすび

非定常浸透流下の堤体の安定解析の input data である非定常自由水面変動の有限要素解析における問題点について指摘した。現在、上述の浸出点における流速の特異性を回避すべく検討中である。詳細に関しては応力変形解析の結果と併せ当日発表したい。

参考文献

- 1) 山上: 有限要素法による非定常浸透流下の堤体の安定解析, 第10回土質工学研究発表会
- 2) Herbert, R. and K.R. Ruston, Geotechnique, Vol. 16, No. 1, 1966, pp. 53~75
- 3) France, P.W. 他3名, Proc. ASCE, IR1, 1971, pp. 165~199
- 4) Desai, C.S., Proc. ASCE, SM11, 1972, pp. 1143~1162
- 5) 山上, 小田, 中四国土木学会 昭和49年度講演会
- 6) 山上, 小田, 土木学会 昭和49年度講演会
- 7) 山上, 他2名, 中四国土木学会 昭和50年度講演会