

脚 日建設計

小 沢 良 夫

要旨：現在広く用いられている、フックの法則にもとずいた非線形弾性有限要素解析には、いくつかの欠点が含まれている。これを改良する一つの方法として、Lade によって提案された応力-ヒズミのモデルを用いた弾塑性有限要素解析が、砂質土の応力や変形の解析に非常に有効であることを示した。¹⁾ここでは、この弾塑性解析が実際の問題に適用された場合にも有効であることを示すため、受働土圧問題を非線形解析および弾塑性解析の両方法によって解き、その比較検討を行った。

1. 非線形弾性解析の方法

ISBILD と呼ばれる非線形弾性有限要素解析プログラムに用いられた解析方法は、つぎの通りである。：この方法では、載荷重はいくつかの小さな増分に分割され、各増分における応力-ヒズミ関係は次式で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} M_0 + M_D & M_0 - M_D & 0 \\ M_0 - M_D & M_0 + M_D & 0 \\ 0 & 0 & M_D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\epsilon_x \\ d\epsilon_y \\ d\gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここに、 $M_0 = E_t / 2 \cdot (1 + \nu_t)(1 - 2\nu_t)$ 、 $M_D = E_t / 2 \cdot (1 + \nu_t)$ である。

接線弾性係数、 E_t は応力-ヒズミ関係を双曲線に近似することによって、次式で表わされた。²⁾

$$E_t = K \cdot p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \left(1 - \frac{R_f(1 - \sin\phi)(\sigma_1 - \sigma_3)}{2 \cdot C \cdot \cos\phi + 2 \cdot \sigma_3 \sin\phi} \right)^2 \quad (2)$$

ここに、 K 、 n および R_f は応力-ヒズミ関係を表わすための係数、 p_a は応力と同じ単位で表わされた大気圧、 σ_1 は最大主応力、 σ_3 は最小主応力、 C は粘着力、 ϕ は内部摩擦角である。

接線ポアソン比、 ν_t は同じように、双曲線関数を用いて、次のように表わされた。³⁾

$$\nu_t = \frac{G - F \cdot \log(\sigma_3/p_a)}{\left[1 - \frac{d \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)}{K \cdot p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \left(1 - \frac{R_f(1 - \sin\phi)(\sigma_1 - \sigma_3)}{2 \cdot C \cdot \cos\phi + 2 \cdot \sigma_3 \sin\phi} \right)} \right]^2} \quad (3)$$

ここに、 G 、 F および d はポアソン比を表わすための係数である。

2. 弾塑性解析の方法

ELPL2D と呼ばれる弾塑性有限要素解析プログラムに用いられた、応力増分、 $d\sigma$ 、とヒズミ増分、 $d\epsilon$ 、は塑性論に関する概念と仮定を用いて導かれ、つぎのように表わすことができる。

$$d\sigma = \epsilon^{ep} \cdot d\epsilon \quad (4)$$

ここに、 ϵ^{ep} は弾塑性応力-ヒズミマトリックスであり次式で与えられる。

$$\epsilon^{ep} = \epsilon^e - \frac{\epsilon^e \cdot \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\}^T \cdot \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T \cdot \epsilon^e}{\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T \cdot \epsilon^e \cdot \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\} - \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T \cdot \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\}} \quad (5)$$

ここに、 f は Yield 関数、 g は塑性ポテンシャル関数、 $d\epsilon^p$ は塑性ヒズミの増分、 ϵ^e は弾性マトリックスである。フックの法則が非線形弾性解析に用いられたと同じように、この ϵ^{ep} が弾塑性解析に用いられる。

Lade のモデルでは、砂質土は等方的にヒズミ硬化する物質と仮定され、Yield 関数は次式で与えられる。⁴⁾

$$f(\underline{\sigma}, \epsilon^p) = \kappa - \kappa_t - \frac{W^p}{a + bW^p} = 0 \quad (6)$$

ここに、 $K = I_1^3 / I_3$ 、 κ_t は K の初期値、 W^p は全塑性仕事、 a と b は W^p と I_1^3 / I_3 の関係を表わすために用い

れている双曲線関係に含まれる定数である。

塑性ポテンシャル関数は次式で表わることができる。

$$g(\sigma) = (I_1^3 - K_3 I_3) / I_3 \quad (7)$$

ここに、 $K_3 = (2A_1 - 1)I_1^3/I_3 + 2A_2$ であり、この式に含まれる A_1 と A_2 は定数である。

以上の Yield 関数および塑性ポテンシャル関数を用いて、 ϵ^{ep} を計算し、弾塑性解析を行った。

3. 受働土圧に対する、非線形解析と弾塑性解析の比較

受働土圧が非線形解析プログラム ISBILD と弾塑性解析

プログラム ELPL2D を用いて計算された。解析にはゆるい砂を用いられ、その応力-ひずみパラメータは表-1 に示されている。

解析に用いられた有限要素網は図-1 に示されているように、要素数は149、節点数は180である。壁面に沿った節点は、この図に示されているように、同じ水平変位を持つように条件づけられている。水平力は壁面を裏込め方向に押すように与えられた。

受働土圧と壁面の水平変位との関係が、両方の解析に対して、図-2 に示されている。同じ壁面の変位に対して、プログラム ELPL2D を用いて計算された値は、プログラム ISBILD を用いて計算された値より40%大きい。また最大受働土圧に対しては、ELPL2D を用いて計算された値は、 $\phi=34.6$ 度を用いて計算されたランキン土圧より20%大きく、また ISBILD を用いて計算されたものは、この値より15%小さい。この理由について以下で説明する。

中間主応力の影響 - ELPL2D を用いて計算された要素 A と B (図-1 参照) に対する $b = (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3)$ の値の変化が図-3 に示されている。破壊時の b の値は約0.25である。この値は平面ヒズミの状態を示しており、 ϕ の値は平面ヒズミの状態に対するものが、三軸圧縮試験の状態に対するものより約5度大きい。したがって ELPL2D によって得られた計算値は、 $\phi=40$ 度に相当する強度を用いて計算されており、一方 ISBILD による値は $\phi=34.6$ 度を用いて計算されている。したがって最大受働土圧の差のかなりの部分は、ELPL2D に使われている応力-ひずみのモデルが強度に及ぼす中間主応力 σ_2 の影響を考慮することのできるのに対し、ISBILD に使われているものは、この影響を考慮することできないということに起因している。

ダイレイタンスの影響 - 要素 A と B に対する荷重中の応力経路が図-4 に示されている。要素 A に対しては、中間主応力の強度に及ぼす影響以外は、両方のプログラムとも同じ応力経路を辿っている。したがって、この要素における強度の差は、主として中間主応力の差による。一方要素 B に対しては、2つの応力経路はまったく異なっている。

・プログラム ELPL2D を用いた解析に使われた応力-ひずみ関係のパラメータ

パラメータ	解析に用いた値
$x_1 = I_1/I_3$ at failure	49.2
$x_1 = I_1/I_3$ at threshold	31.0
A_1	0.40
A_2	16.20
R_f	0.963
M	4.0×10^{-4}
l	1.34
K_{sw}	1,740.0
n	0.69
Poisson's Ratio, ν	0.00

・プログラム ISBILD を用いた解析に使われた応力-ひずみ関係のパラメータ

パラメータ	解析に用いた値
粘着力 c	0.0
摩擦角 ϕ	34.6
弾性係数を表わすためのパラメータ K	960.0
n	0.690
R_f	0.956
ボアソン比を表わすためのパラメータ G	0.380
F	0.075
d	10.00

表-1 応力-ひずみ関係のパラメータ

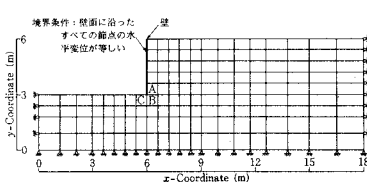


図-1 有限要素網と境界条件

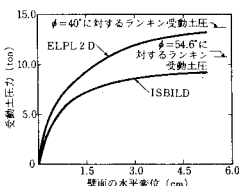


図-2 受働土圧力と壁面の水平変位の関係

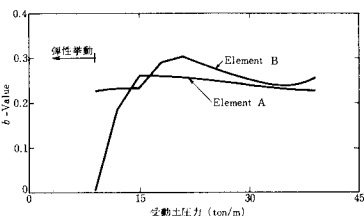


図-3 b値と受働土圧の関係

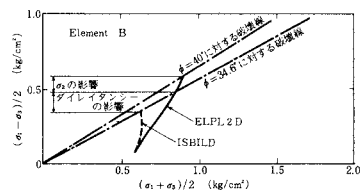
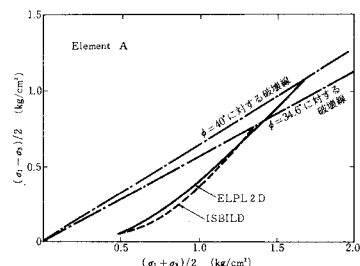


図-4 荷重中の要素 A および B に対する応力経路

要素Bの強度の差は、中肉主応力の影響とダイレイタンスの影響の両者による。これらの2つの効果の大きさは図上に示されている。

破壊帯の発生-応力レベルのコンターがELPL2Dに対しては図-5に、ISBILDに対しては図-6に示されている。両方のプログラムに対して、破壊は要素Cにおいて発生する。しかしながら、これ以後の破壊帯の広がる様相は異なっている。プログラムISBILDの結果では、荷重が21 tons/mに達したとき要素Bに広がり、27 tons/mに達したとき、要素Aに広がっている。一方プログラムELPL2Dの結果では、荷重が39 tons/mに達しても、破壊帯は広がらない。この差は、ELPL2Dに用いられている応力-ヒズミのモデルにはダイレイタンスの影響が含まれており、このため、側方圧が増加し、破壊を防止する原因になっている。

以上の結果から、受働土圧の大きさは、主として中肉主応力に影響される。しかしながらダイレイタンスの効果は、裏込めの破壊機構を支配し、壁面底部での破壊を防止する。ISBILDを用いて計算した受働土圧の値が、ランキン土圧の値より小さくなった主な理由は、載荷の早い段階で、壁面底部での土の破壊によるものと考えられる。

4. あとがき

この報告では、現在広く用いられている非線形解析の方法とLadeの応力-ヒズミのモデルを用いた弾塑性解析の方法を用いて、受働土圧の解析を行った。その結果、弾塑性解析が砂質土の応力や変形の解析に非常に有効であることが示された。

弾塑性有限要素解析が、種々の地盤工学上の問題に広く用いられるためには、まだ多くの作業が必要であるが、この種の解析が有限要素解析の精度を本格的に改良するものと考えられる。

この報告は、著者が米国、カリフォルニア大学留学中にまとめた論文の一部である。最後にではあるが、この研究を行なうにあたり、種々ご指導下さった、カリフォルニア大学のJ.M. Duncan 教授に感謝の意を表す次第である。

参考文献

1. 小沢良夫：第29回土木学会年次学術講演会講演集 P. P. 137, 1974
2. Duncan, J.M., and Chang, C.-Y., ASCE, Vol. 96, No. SM5, P. 1629, 1970
3. Kulhawy, F.H., Duncan, J.M., and Seed, H.B., U.C. Berkeley Report No. TE-69-4, 1969
4. Lade, P.V., Ph.D. Thesis Presented to U.C. Berkeley, 1972
5. Ozawa, Y., Ph.D. Thesis Presented to U.C. Berkeley, 1973

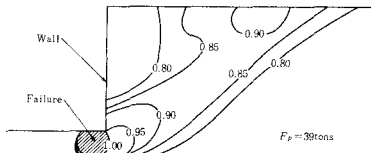
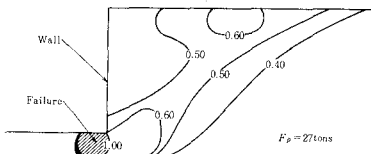
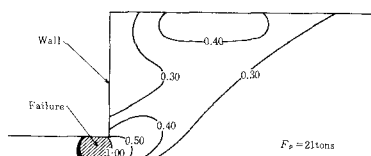


図-5 プログラムELPL2Dを用いた結果に対する応力レベルのコンター

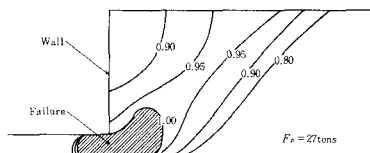
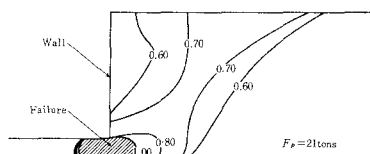
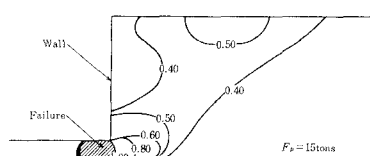


図-6 プログラムISBILDを用いた結果に対する応力レベルのコンター