

1. 緒言

材料の力学特性の1つである変形係数は、載荷速度の遅い場合よりも、載荷速度の速い場合において、より大きく得られる。この現象は速度効果と呼ばれ、実験的に確かめられる周知の事実である。また、その応カーブのみ関係は、もし載荷が瞬間的であれば弾性限度内において線形となるが、載荷速度が遅くなれば、弾性限度内においても非線形の現象を呈するようになる。石原¹⁾も指摘しているように、この現象は材料の粘弾性挙動の1つとして解釈され、線形粘弾性理論の範囲内で説明することができる。また、持続荷重に対するクリープ変形が、過去の荷重履歴によって著しく異なる場合があり、その現象も線形粘弾性理論によって説明できる。

一般的に複雑な載荷形式を用いる地盤あるいは岩盤の平板載荷試験では、上記の現象に留意した解析を行なう必要がある。本報告は、線形粘弾性地盤における平板載荷試験において、種々の載荷形式に対する沈下挙動を解析したものである。実際の観測例との比較はないが、荷重レベルだけでクリープ変形を評価できないことを、具体的な数値計算例として示している。

2. 種々の載荷形式に対する載荷円板の沈下計算式

半無限粘弾性体の表面に置かれた半径 a の剛円板に、荷重 $P(t)$ を加えた場合、円板の沈下は次式で与えられる。ただし、 ν はポアソン比で、時間的変化はないものとする。

$$w(t) = \frac{1-\nu^2}{2a} \int_0^t J(t-\tau) \cdot \frac{dP(\tau)}{d\tau} d\tau, \quad J(t) = J_0 + \sum_{i=1}^n J_i (1 - e^{-(t-\tau_i)/\tau_i}) \quad \text{----- (1)}$$

$J(t)$ はクリープ関数と呼ばれ、粘弾性材料を特性づける関数であり、一般化 Voigt モデルに対応している。任意の荷重条件に対して式(1)の積分を行なえば、先述の現象を説明する式を得ることができる。

図-1 に示した載荷パターンに対し、式(1)の積分を行なう。図において、それぞれの荷重状態に対する段階を、①, ②, ③, ④, ⑤, …… と名付ける。各段階での載荷速度を P_0 とし、その後の段階の速度を、 $m_1 P_0$, $m_2 P_0$, …… などと表わすものとすると、各段階における沈下量は、それぞれ、つぎのように与えられる。

段階①; 載荷速度 = P_0 , $0 \leq t \leq t_1$

$$w(t) = \frac{(1-\nu^2)P_0}{2a} \left[J_0 t + \sum_{i=1}^n J_i \{ t - \tau_i (e^{t/\tau_i} - 1) e^{-\tau_i/\tau_i} \} \right] \quad \text{----- (2)}$$

段階②; 持続荷重, $t_1 \leq t \leq t_2$

$$w(t) = \frac{(1-\nu^2)P_0}{2a} \left[J_0 t + \sum_{i=1}^n J_i \{ t_i - \tau_i (e^{t_i/\tau_i} - 1) e^{-t_i/\tau_i} \} \right] \quad \text{----- (3)}$$

段階③; 載荷速度 = $m_1 P_0$, $t_2 \leq t \leq t_3$

$$w(t) = \frac{(1-\nu^2)P_0}{2a} \left[\{ t_i + m_1(t-t_2) \} J_0 + \sum_{i=1}^n J_i \{ t_i + m_1(t-t_2) - \tau_i \{ e^{t/\tau_i} - 1 \} + m_1(e^{t_i/\tau_i} - e^{t_2/\tau_i} \} e^{-t_i/\tau_i} \} \right] \quad \text{----- (4)}$$

段階④; 持続荷重, $t_3 \leq t \leq t_4$

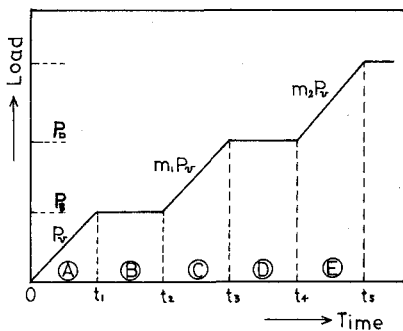


図-1 載荷形式

$$w(t) = \frac{(1-\nu)R_0}{2a} \left\{ \{t_1 - m_1(t_3 - t_2)\} J_0 + \sum_{i=1}^n J_i \{ \{t_1 + m_i(t_3 - t_2)\} - T_i \{ (e^{t/T_i} - 1) + m_i (e^{t/T_i} - e^{t_3/T_i}) \} e^{-t/T_i} \} \right\} \quad (5)$$

段階⑤; 荷重速度 $= m_2 R_0$, $t_4 \leq t \leq t_5$

$$w(t) = \frac{(1-\nu)R_0}{2a} \left\{ \{t_1 + m_1(t_3 - t_2) + m_2(t - t_4)\} J_0 + \sum_{i=1}^n J_i \{ \{t_1 + m_i(t_3 - t_2) + m_2(t - t_4)\} - T_i \{ (e^{t/T_i} - 1) + m_i (e^{t/T_i} - e^{t_3/T_i}) + m_2 (e^{t/T_i} - e^{t_4/T_i}) \} e^{-t/T_i} \} \right\} \quad (6)$$

以下の段階は、荷重の変化とともに同形式の項が増すだけで、同様に得られる。 $m_i > 0$ であれば荷重増加を示し、除荷に対する条件は $m_i < 0$ とすればよい。

先述した荷重-沈下関係の非線形性は、式(2)から説明できる。式においてオ1項目は弾性項であり、オ2項目以降は粘弾性沈下に伴う付加項である。所定の荷重に至るまでの時間 t が小さければこれらの付加項は零に近づき、関係は弾性的となるが、その時間が大きければ、すなわち荷重速度が遅ければ、付加項は大きくなり、非線形性が顕著に現われ、変形係数は小さくなる。簡単な数値計算例を図-2に示す。粘弾性定数として、 $n=1$, $J_0=1$, $J_1=2$, $T_1=10$ と与え、荷重速度 R_0 をパラメータとしている。

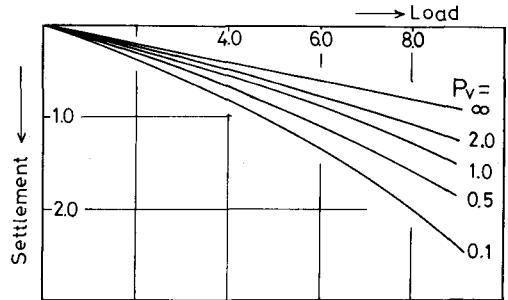


図-2 種々の荷重速度に対する段階④での沈下

3. 荷重履歴を考慮したクリープ沈下計算

地盤あるいは岩盤に持続荷重を加えてそのクリープ挙動を調べる場合、一般に荷重を持続させる以前に荷重が行なわれている例が多い。

いま、図-1に示した荷重形式に対し、段階④および段階⑤でのクリープ沈下は式(2)～式(6)を用いて、つぎのようにあらわされる。

段階④: $t_1 \leq t \leq t_2$

$$w_c(t) = w(t) - w(t_1) = \frac{(1-\nu)R_0}{2a} \sum_{i=1}^n J_i T_i (e^{t/T_i} - 1) (e^{-t_1/T_i} - e^{-t_2/T_i}) \quad (7)$$

段階⑤: $t_3 \leq t \leq t_4$

$$w_c(t) = w(t) - w(t_3) = \frac{(1-\nu)R_0}{2a} \sum_{i=1}^n J_i T_i \{ (e^{t/T_i} - 1) + m_i (e^{t/T_i} - e^{t_3/T_i}) \} (e^{-t_3/T_i} - e^{-t_4/T_i}) \quad (8)$$

すなわち、上式から持続荷重に至る以前の荷重条件が異なれば、その履歴によってクリープの表示式に付加的な項が加わるのがわかる。したがって、 $m_i > 0$ であれば、段階④より段階⑤の方が高い荷重レベルになるが、各段階でのクリープ量は m_i の大小により異なるので、どちらが大きいとも言えない。簡単な計算例として、図-2と同様の粘弾性定数を用い、段階④での荷重を $R_0=10$ 、段階⑤では $R_0=20$ とした場合について、 m_i をパラメータとして計算した結果を図-3に示す。 m_i の大小、すなわち以前の荷重条件によってクリープ沈下量を異にするのがわかる。

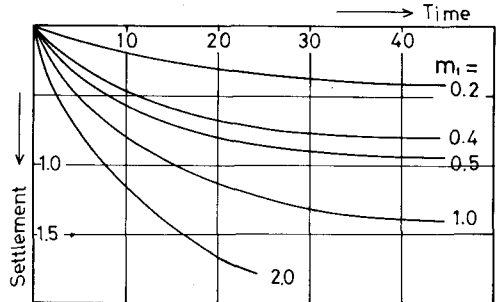


図-3 荷重履歴を考慮した場合のクリープ曲線

参考文献

- 1) K. Ishihara: Effect of rate of loading on the Modulus of deformation of materials exhibiting viscoelastic behaviors, Proc. J.S.C.E, No.117, 1965-5