III－106　リスク問題の視点からみた安全率法の再検討

名古屋大学　正会員　松尾 稔
京都大学　正会員　○浅岡 顕
運輸省　正会員　井上純一

1　はじめに

「安全率」は　設計に用いられる理論や実験（試験）条件，その他の情報の「近似性」を設計段階でカバーする概念である。一般に安全率は，破壊しないかぎり小さいほど工費は安いし，また小さいほど破壊の可能性は大きいから，用いられる安全率は，両者の損失（またはその期待値）を天秤にかけたときのつり合い点と考えられる。現象の本質把握が進むほど（近似がよくなるほど）安全率は1に近づくと考えられるが，保険金的な損失のはかり方も可能だから，一般には1より少し大きな値に収れんすると考えてよい。盛土の安定解析で用いられる現行安全率法の妥当性を，著者らが提案している設計法と直接比較して検討する。

2　設計の合理性を獲得するための諸条件

設計の合理性が主張できるためには，以下の諸点が明確になっていなければならない。

① 理論・実験（試験）条件の近似性・・・解析誤差

真値と理論値または実験値との乖離（差は解析誤差）の程度が明らかであること。$\phi_u=0$解析における種々の仮定の力学的検討は広く行なわれているし，一方，「真値」の確定論的な意味での非予測性から，多数の破壊例についての統計処理による解析誤差の表現も多く試みられている。

② 対象（材料や外力）の不確実性

$\phi_u=0$解析について言えばとくに地盤の位置的な不均質性の把握が重要である。マクロ的に「一様」とみなしうる地盤におけるミクロ的な不均質の確率的表現の妥当性が検討されている。この表現で最も重要な点は，理論的にもデータからも，強度（c_u）の各深さにおける位置的変動の変動係数が各深さを通じて一定となること，及び地盤が圧密を受けてもこの変動係数が変化しないことが主張されている点である。ところで，地盤の不均質性は具体的には測定値を用いて表現される。このため得られた不均質性は，真の地盤の不均質性に加えて，同一試料（仮想的な均質地盤）に対しても生じうる測定値のバラツキをも包含していることになる。同一試料についての測定値のバラツキは，そのメカニズムは充分明らかでないが，多くのデータからやはり変動係数を一定にすることが確められている（松尾・浅岡未発表）。これによれば，次式を得る。

$$V' = \sqrt{(1+V_m^2)V^2 + V_m^2}$$

ここに，Vは自然地盤における強度の位置的な変動係数，V_mは同一試料（仮想的な均質地盤）に対して生じる測定値の変動係数，V'は測定値によって表現された地盤の強度の位置的な変動係数。3軸圧縮試験のデータによればV_mは比較的小さく0.01〜0.03であり，$V' \fallingdotseq 1.0001V+0.00005/V \sim 1.001V+0.0005/V$。測定値を用いることによって地盤の不均質性の特長（変動係数の一定性）がこわされず，ただ少しだけ表現が大架沙になるに過ぎない。

③ 不確実性下での構造物の有用性の評価と決定基準

上述の①，②によって破壊確率P_F（または破壊からの距離の確率密度関数）は，地盤状態θ（地盤の不均質性の確率的表現におけるパラメータ）と，技術者の設計行動$\tilde{\mu}$とによって力学的に表現される。θが技術者にとって既知（ありえないことだが）のときにでも破壊は確率事象であるため，不確実性下での構造物の有用性の評価がなされていなければならない。著者らはつぎの損失関数（負の効用関数）でこれを評価する。

$$L(\theta,\tilde{\mu}) = V(C_1)P_F(\theta,\tilde{\mu}) + V(C_0)\{1-P_F(\theta,\tilde{\mu})\}$$

$V(C)$は選好関数，C_1，C_0は破壊・非破壊の結果に伴う費用でともに$\tilde{\mu}$の関数。損失関数の期待値（リスク）の大小

によって設計行動$\hat{\mu}$の良否が順序づけられる。

④ かぎられた情報からの地盤状態θの統計的推測

③で述べた損失関数によって統計的推測の誤差が評価される。事前確率法則の特定化の議論は省略する。

3 いわゆる「安全率法」について

盛土の安定解析で用いられる「安全率法」は以下のように定式化される。

i) 安全率F_sは，土質調査その他により情報Xが収集される以前に，示方書などで与えられている。

ii) 地盤の設計強度（地盤がこの強度をもつと想定して設計する。もし本当に地盤がこの強度であれば構造物が破壊する，そのような強度の最大値）$\hat{\mu}$は次の不等式を満足する範囲内で，技術者の才量によって定められる。

$$\hat{\mu} \leq \overline{X} / F_s$$

ここに$\overline{X}$は，地盤強度についてのサンプリング結果の平均値（正規分布のとき強度の最尤推定量）。

F_sと技術者の才量は，2で述べたすべての不確実性を補うことが要求されている。しかし才量の不明確さの故に定義のii)項をつぎのように限定しよう。

ii)′
$$\hat{\mu} = \overline{X}/F_s - M \qquad (-\infty < M < \infty, \quad F_s > 0)$$

Mは正の値のとき「余裕度」と呼ばれる。MがF_sと同様定数ならば，上の要求は満足されない。安全率法のリスクが

$$\int_{\mathcal{X}} u(X|\theta)\, L(\theta, \frac{\overline{X}}{f} - m)\, dX$$

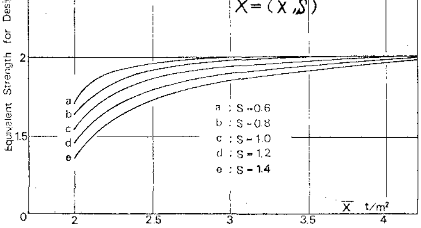
であることを用いれば，このリスクのθ平均（ベイズリスク）は以下の不等式を満足する。

$$\begin{aligned}
\int_{\Theta} \tau(\theta) R(\theta, \hat{\mu}^*(X))\, d\theta &\equiv \int_{\mathcal{X}} v(X) \min_{\hat{\mu}} \int_{\Theta} \xi(\theta|X) L(\theta, \hat{\mu})\, d\theta\, dX \\
&\leq \int_{\mathcal{X}} v(X) \int_{\Theta} \xi(\theta|X)\, L(\theta, \frac{\overline{X}}{F_s} - M)\, d\theta\, dX \equiv \min_{f\in(0,\infty)\ m\in(-\infty,\infty)} \int_{\Theta} \tau(\theta) \int_{\mathcal{X}} u(X|\theta) L(\theta, \frac{\overline{X}}{f} - m)\, dX\, d\theta \\
&\leq \min_{m\in(-\infty,\infty)} \int_{\Theta} \tau(\theta)\, L(\theta, -m) \int_{\mathcal{X}} u(X|\theta)\, dX\, d\theta = \int_{\Theta} \tau(\theta) L(\theta, \hat{\mu}^*)\, d\theta
\end{aligned}$$

ここにXはθに関する情報で，尤度関数$u(X|\theta)$以外に，事前分布$\tau(\theta)$とから，周辺分布$v(X)$，θの事後分布$\xi(\theta|X)$とが求めうることを前提とする（このことの不可能なことが，動態観測（施工中の盛土の変位についての）がまだ充分に最適設計に生かせていない理由である）。$\hat{\mu}^*(X)$はベイズ解（ベイズリスクを最小にする），$\hat{\mu}^*$は情報を用いないで事前分布のみから定められるベイズ解。この不等式から現行の安全率の数値の良否が再検討される。数値計算例の説明とともに講演時に報告する。

4 他の設計思想との関係 および数値計算例

① 安全率法の定義ii)′において$F_s \to \infty$，$M<0$とすれば$\hat{\mu} = -M$ (const.)となる。これは材料強度が，その材料に働く外力に比して充分大きいとき，材料強度のばらつきが設計強度に反映しないことを示しており，鋼材やコンクリート材における「許容応力」の概念に対応する。（このような材料を用いた最適設計とは，むしろ多数の部材（の形状と寸法もふくめて）の組合せ数学的な最適化であり，外力の性格は問題となるが，材料強度の不確実性は考慮する必要がない） 土構造物の場合，材料または部材は地盤ひとつの場合が多く構造系の最適設計は問題とならないことが多いが，許容応力的な概念は，地盤強度が比較的大きいとき，出現する。図は，高さ10m，法勾配1:2の盛土を，2段階で建設するときの，第1段階における設計強度$\hat{\mu}^*(X)$を，$\overline{X}$及びS（標本偏差）に対して図示したものである。$\overline{X} > 4\,\mathrm{ton/m^2}$程度で$\hat{\mu}^*(X)$は一定値（$c_0, c_1$に依存する）に収束する。



② 仮設構造物における矢板や，鉄塔基礎などは，数個の規格化された設計諸元からのひとつの選択である。これは，安全率法や，$\hat{\mu}^*(X)$のような点推定問題ではなく，多重決定問題である。この場合にも2で述べた条件はすべて必要でリスク論的に定式化できる。詳細はつぎの機会に報告する。最後に，入院中にもかかわらず文書で御討議頂きました京大長尾義三教授には深く感謝致します。