

III-104 土の応力-ひずみ関係の有限要素解析への適用

京都大学防災研究所 正員 松岡 元
不動建設(株) 正員 安部豊彦

おで、主応力比で支配されるセリ断項と平均主応力で支配される圧密項からなる土の応力-ひずみ関係式を提案し、それが各種応力経路下のひずみ値をほぼ説明する二重実験による検証している¹⁾。さらに、この構成関係とE、νをパラメータとして変化させて表現する方法²⁾や、任意面上の一般応力-一般ひずみ関係に変換する方法³⁾によって、有限要素法による試験盛土下の軟弱地盤の変形解析を行っている。ここでは、増分形で表わした応力-ひずみ関係式に基づき、E、νをパラメータとして表現する方法を採用して、排水条件および非排水条件下の地盤の変形解析法を検討する。

1. 増分形で表わした土の応力-ひずみ関係式

セリ断によるひずみ増分dε₁と圧密によるひずみ増分dε₃の重ね合を認めれば、平面ひずみ条件下の主ひずみ増分と主応力増分の関係式として次式を得る。³⁾

$$\left. \begin{aligned} d\epsilon_1 &= (\partial \epsilon_{1d} / \partial \sigma'_1 + \partial \epsilon_{1c} / \partial \sigma'_3) \cdot d\sigma'_1 + (\partial \epsilon_{1d} / \partial \sigma'_3 + \partial \epsilon_{1c} / \partial \sigma'_1) \cdot d\sigma'_3 = (Y \cdot F / \sigma'_1 + C_{11}) \cdot d\sigma'_1 + (-Y \cdot F / \sigma'_3 + C_{13}) \cdot d\sigma'_3 \\ d\epsilon_3 &= (\partial \epsilon_{3d} / \partial \sigma'_1 + \partial \epsilon_{3c} / \partial \sigma'_1) \cdot d\sigma'_1 + (\partial \epsilon_{3d} / \partial \sigma'_3 + \partial \epsilon_{3c} / \partial \sigma'_3) \cdot d\sigma'_3 = (Y \cdot G / \sigma'_1 + C_{31}) \cdot d\sigma'_1 + (-Y \cdot G / \sigma'_3 + C_{33}) \cdot d\sigma'_3 \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\begin{aligned} F &\equiv \partial \epsilon_{1d} / \partial X \\ G &\equiv \partial \epsilon_{3d} / \partial X \end{aligned} = \frac{\gamma_0}{2} \cdot \exp\left(\frac{X/2 - \mu}{\mu' - \mu}\right) \left\{ \frac{\mu}{\lambda(\mu' - \mu)} - \frac{X}{2\lambda(\mu' - \mu)} \pm \frac{1}{4(\mu' - \mu)} (\sqrt{X^2 + 4} \pm X) \right\} \quad (\text{複号同順})$$

$$X \equiv \sqrt{\sigma'_1 / \sigma'_3} - \sqrt{\sigma'_3 / \sigma'_1}, \quad Y \equiv (\sigma'_1 + \sigma'_3) / (2\sqrt{\sigma'_1 \sigma'_3})$$

$$C_{ii} \equiv \frac{0.434 C_c}{(1+e_0)(1-K_0)} \left\{ \frac{\sigma'_i (1+K_0)}{(\sigma'_i + \sigma'_{j0})^2} \cdot \log_e \frac{\sigma'_i + \sigma'_j}{\sigma'_{i0} + \sigma'_{j0}} + \frac{\sigma'_i - K_0 \sigma'_j}{(\sigma'_i + \sigma'_j)^2} \right\} \quad (i, j = 1, 3, i \neq j)$$

$$C_{ij} \equiv \frac{0.434 C_c}{(1+e_0)(1-K_0)} \left\{ -\frac{\sigma'_i (1+K_0)}{(\sigma'_i + \sigma'_j)^2} \cdot \log_e \frac{\sigma'_i + \sigma'_j}{\sigma'_{i0} + \sigma'_{j0}} + \frac{\sigma'_i - K_0 \sigma'_j}{(\sigma'_i + \sigma'_j)^2} \right\}$$

なお、σ'_{i0}, σ'_{j0} はそれぞれ σ'_i, σ'_j の初期値である。上式で、λ, μ, μ', γ_0 はセリ断項に関する土質係数であり、C_c (圧縮指数), e_0 (初期間隙比), K_0 (静止土圧係数) は圧密項に関する土質係数である。

こゝで、(1)式をマトリックス表示し、その逆マトリックスを求めれば、それぞれ次のように表わされる。

$$\begin{Bmatrix} d\epsilon_1 \\ d\epsilon_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Y \cdot F / \sigma'_1 + C_{11} & -Y \cdot F / \sigma'_3 + C_{13} \\ Y \cdot G / \sigma'_1 + C_{31} & -Y \cdot G / \sigma'_3 + C_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma'_1 \\ d\sigma'_3 \end{Bmatrix} \quad \text{-----} (2)$$

$$\begin{Bmatrix} d\sigma'_1 \\ d\sigma'_3 \end{Bmatrix} = \frac{1}{Z} \begin{bmatrix} -Y \cdot G / \sigma'_3 + C_{33} & Y \cdot F / \sigma'_3 - C_{13} \\ -Y \cdot G / \sigma'_1 - C_{31} & Y \cdot F / \sigma'_1 + C_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\epsilon_1 \\ d\epsilon_3 \end{Bmatrix} \quad \text{-----} (3)$$

$$\text{こゝで、} Z \equiv Y \cdot (C_{33} F / \sigma'_1 + C_{31} F / \sigma'_3 - C_{13} G / \sigma'_1 - C_{11} G / \sigma'_3) + C_{11} \cdot C_{33} - C_{13} \cdot C_{31}$$

2. 排水条件下の地盤の変形解析法

(2), (3)式は有効応力に関するものであるから、排水状態(載荷後長時間経過して過剰間隙水圧が消散した状態)にある地盤に適用する場合にはそのまま用いることができる。さて、平面ひずみ条件下の等弾性体の場合は次式が成立する。

$$\begin{Bmatrix} d\epsilon_1 \\ d\epsilon_3 \end{Bmatrix} = \frac{(1-\nu^2)}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\nu}{1-\nu} \\ -\frac{\nu}{1-\nu} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma'_1 \\ d\sigma'_3 \end{Bmatrix} \quad \text{-----} (4), \quad \begin{Bmatrix} d\sigma'_1 \\ d\sigma'_3 \end{Bmatrix} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\epsilon_1 \\ d\epsilon_3 \end{Bmatrix} \quad \text{-----} (5)$$

(4)式よりνとEは次式のように表わされる。

$$\nu = \frac{d\epsilon_1 \cdot d\sigma_3' - d\epsilon_3 \cdot d\sigma_1'}{(d\epsilon_1 - d\epsilon_3)(d\sigma_1' + d\sigma_3')} \quad , \quad E = \frac{1}{d\epsilon_1} \left\{ (1-\nu) \cdot d\sigma_1' - \nu(1+\nu) \cdot d\sigma_3' \right\} \quad \text{----- (6)}$$

ニズ、(6)式中の $d\epsilon_1$, $d\epsilon_3$ は(2)式によつて応力の関数として与えられるので、一般にある応力状態に対応する E , ν は算定できる。このようにすれば、 E , ν をパラメータとして応力-ひずみ関係式(2), (3)式を表現できることになる。したがつて、この E , ν を用いて増分法による非線形解析を FEM によつて行えばよいわけである。

3. 非排水条件下の地盤の变形解析法

載荷直後には、地盤は非排水状態にあると考えられる。この場合の解析条件として、①体積変化がないことより $d\epsilon_1 + d\epsilon_3 = 0$ 、② ν は 0.5 にできるだけ近い値をとる（厳密には $\nu = 0.5$ であるが、通常の方法では計算できない）、③主応力増分差は全応力でも有効応力でも等しい（ $d\sigma_1 - d\sigma_3 = d\sigma_1' - d\sigma_3'$ ）を採用する。このとき、(5)式より、 $d\sigma_1 - d\sigma_3 = d\sigma_1' - d\sigma_3' = \frac{E}{1+\nu} (d\epsilon_1 - d\epsilon_3) = \frac{E}{0.75} d\epsilon_1$ -----(7)

一方、(3)式より条件①を考慮すれば、

$$d\sigma_1' - d\sigma_3' = \frac{1}{2} \left\{ Y(F/\sigma_1' + G/\sigma_1') - Y(F/\sigma_3' + G/\sigma_3') + C_{11} + C_{13} + C_{31} + C_{33} \right\} d\epsilon_1$$

----- (8)

$$E = \frac{0.75}{2} \left\{ Y(F/\sigma_1' + G/\sigma_1') - Y(F/\sigma_3' + G/\sigma_3') + C_{11} + C_{13} + C_{31} + C_{33} \right\} \quad \text{----- (9)}$$

したがつて、 E も(9)式によつて求め、 ν をできるだけ 0.5 に近い値にとることにより、非排水条件下の解析も可能となる。

Fig. 1 は土要素³⁾の有効応力経路を(2)式に条件④を考慮して計算で求めた結果(点線)と(9)式によつて E を求め FEM により計算した結果(実線、一点鎖線)と比較を示している。

また Fig. 2, 3 は、ある試験盛土下の二層地盤²⁾を対象として、(9)式によつて E を算定し、 ν を 0.480, 0.490, 0.495, 0.499 と変化させて次下層および側方変位量を FEM により計算した結果を示している。Fig. 1 より ν が少々変化しても応力状態はあまり変らないようであるが、Fig. 2, 3 より変形には大きく影響するようである。そこで、応力は二方法で定め、変形はその応力値を原式(2), (3)式へ代入して求める

という簡便法が考えられる。なお、現在各種応力条件下でユニフト成立するモービライズド面上の応力-ひずみ関係式¹⁾、直接せん断面上の一般応力増分 ($d\sigma_1'$, $d\sigma_3'$, $d\tau_{xy}$) ~ 一般ひずみ増分 ($d\epsilon_1$, $d\epsilon_3$, $d\epsilon_{xy}$) 関係を読み、地盤の变形解析へ適用する方法を検討中である。いまだに提案している他の解析結果と比較の上、次の機会に発表したい。

参考文献 1) 松岡・楠葉：任意応力経路下の土の応力-ひずみ関係、第10回土質工学研究発表会、1975, pp. 145-148.

2) 柴田・富永・松岡・菅野：有限要素法による軟弱地盤の变形解析、土と基礎、203号、1975, pp. 27-33.

3) 村山・松岡・安部：土の応力-ひずみ関係の一般表示と有限要素解析への適用、第10回土質工学研究発表会、1975, pp. 405-408.

