

III-104 土の応力-ヒズミ関係の有限要素解析への適用

京都大学防災研究所 正員 松岡 元
不動建設(株) 正員 安部 豊彦

さて、主応力比で支配されるせん断項と平均主応力で支配される圧密項からなる土の応力-ヒズミ関係式を提案し、それが各種応力経路下のヒズミ値をほぼ説明することを実験により検証している。¹⁾ また、この構成関係をE, νをパラメータとして変化させ表現する方法²⁾や、任意面上の一軸応力-一般ヒズミ関係に変換する方法³⁾によって、有限要素法による試験盛工下の軟弱地盤の変形解析を行なっている。ニーズは、増分形で表わした応力-ヒズミ関係式に基づき、E, νをパラメータとして表現する方法を採用し、排水条件および非排水条件下の地盤の変形解析法を検討する。

1. 増分形で表わした土の応力-ヒズミ関係式

せん断下のヒズミ増分 $d\varepsilon_d$ と圧密によるヒズミ増分 $d\varepsilon_c$ の重ね合せを認めれば、平面ヒズミ条件下の主ヒズミ増分と主応力増分の関係式とL2次式を得る。³⁾

$$d\varepsilon_1 = (\partial\varepsilon_{1d}/\partial\sigma'_1 + \partial\varepsilon_{1c}/\partial\sigma'_1) \cdot d\sigma'_1 + (\partial\varepsilon_{1d}/\partial\sigma'_3 + \partial\varepsilon_{1c}/\partial\sigma'_3) \cdot d\sigma'_3 = (Y \cdot F/\sigma'_1 + C_{11}) \cdot d\sigma'_1 + (-Y \cdot F/\sigma'_3 + C_{13}) \cdot d\sigma'_3 \quad (1)$$

$$d\varepsilon_3 = (\partial\varepsilon_{3d}/\partial\sigma'_1 + \partial\varepsilon_{3c}/\partial\sigma'_1) \cdot d\sigma'_1 + (\partial\varepsilon_{3d}/\partial\sigma'_3 + \partial\varepsilon_{3c}/\partial\sigma'_3) \cdot d\sigma'_3 = (Y \cdot G/\sigma'_1 + C_{31}) \cdot d\sigma'_1 + (-Y \cdot G/\sigma'_3 + C_{33}) \cdot d\sigma'_3$$

$$= I\varepsilon, \quad F = \partial\varepsilon_{1d}/\partial X \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma'_1}{2} \cdot \exp\left(\frac{X/2 - \mu}{\mu' - \mu}\right) \cdot \left\{ \frac{\mu}{\lambda(\mu' - \mu)} - \frac{X}{2\lambda(\mu' - \mu)} \pm \frac{1}{4(\mu' - \mu)}(\sqrt{X^2 + 4} \pm X) \right\} \\ G = \partial\varepsilon_{3d}/\partial X \end{array} \right\} \quad (\text{複号同順})$$

$$X = \sqrt{\sigma'_1/\sigma'_3} - \sqrt{\sigma'_3/\sigma'_1}, \quad Y = (\sigma'_1 + \sigma'_3)/(2\sqrt{\sigma'_1\sigma'_3})$$

$$C_{ij} \equiv \frac{0.434 C_c}{(1+\epsilon_0)(1-K_0)} \cdot \left\{ \frac{\sigma'_j(1+K_0)}{(\sigma'_i + \sigma'_j)^2} \cdot \log_e \frac{\sigma'_i + \sigma'_j}{\sigma'_{i0} + \sigma'_{j0}} + \frac{\sigma'_i - K_0\sigma'_j}{(\sigma'_i + \sigma'_j)^2} \right\}$$

$$C_{ij} \equiv \frac{0.434 C_c}{(1+\epsilon_0)(1-K_0)} \cdot \left\{ -\frac{\sigma'_i(1+K_0)}{(\sigma'_i + \sigma'_j)^2} \cdot \log_e \frac{\sigma'_i + \sigma'_j}{\sigma'_{i0} + \sigma'_{j0}} + \frac{\sigma'_i - K_0\sigma'_j}{(\sigma'_i + \sigma'_j)^2} \right\} \quad (i, j = 1, 3, i \neq j)$$

なお、 σ'_{i0} , σ'_{j0} はそれぞれ σ'_i , σ'_j の初期値である。上式で、入、 μ , μ' , γ_0 はせん断項に関する土質係数であり、 C_c (圧縮指數), ϵ_0 (初期剛性比), K_0 (静止土圧係数)は圧密項に関する土質係数である。

ここで、(1)式をマトリックス表示し、その逆マトリックスをとれば、それぞれ次のようにならわれる。

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Y \cdot F/\sigma'_1 + C_{11}, & -Y \cdot F/\sigma'_3 + C_{13} \\ Y \cdot G/\sigma'_1 + C_{31}, & -Y \cdot G/\sigma'_3 + C_{33} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma'_1 \\ d\sigma'_3 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{Bmatrix} d\sigma'_1 \\ d\sigma'_3 \end{Bmatrix} = \frac{1}{Z} \begin{Bmatrix} -Y \cdot G/\sigma'_3 + C_{33}, & Y \cdot F/\sigma'_3 - C_{13} \\ -Y \cdot G/\sigma'_1 - C_{31}, & Y \cdot F/\sigma'_1 + C_{11} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_3 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$= I\varepsilon, \quad Z \equiv Y \cdot (C_{33}F/\sigma'_3 + C_{31}F/\sigma'_1 - C_{13}G/\sigma'_1 - C_{11}G/\sigma'_3) + C_{11} \cdot C_{33} - C_{13} \cdot C_{31}$$

2. 排水条件下の地盤の変形解析法

(2), (3)式は有効応力に関するものであるが、排水状態(載荷後長時間経過して過剰間隙水圧が消散した状態)における地盤に適用する場合には、この式を用いて計算が可能である。すなわち、平面ヒズミ条件下の等方弾性体の場合は次式が成立する。

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_3 \end{Bmatrix} = \frac{(1-\nu^2)}{E} \begin{Bmatrix} 1, & -\frac{\nu}{1-\nu} \\ -\frac{\nu}{1-\nu}, & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma'_1 \\ d\sigma'_3 \end{Bmatrix} \quad (4), \quad \begin{Bmatrix} d\sigma'_1 \\ d\sigma'_3 \end{Bmatrix} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{Bmatrix} 1, & \frac{\nu}{1-\nu} \\ \frac{\nu}{1-\nu}, & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_3 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

(4)式より ν と E は次式のように表わされる。

$$\nu = \frac{d\epsilon_1 \cdot d\sigma'_3 - d\epsilon_3 \cdot d\sigma'_1}{(d\epsilon_1 - d\epsilon_3)(d\sigma'_1 + d\sigma'_3)}, \quad E = \frac{1}{d\epsilon_1} \left\{ (1-\nu^2) \cdot d\sigma'_1 - \nu(1+\nu) \cdot d\sigma'_3 \right\} \quad (6)$$

ここで、(6)式中の $d\epsilon_1, d\epsilon_3$ は(2)式によつて応力の関数として与えられるので、一般にある応力状態に対する E, ν は算定できる。このようにすれば、 E, ν をパラメータとして応力-ヒズミ関係式(2), (3)式を表現できることになる。したがつて、この E, ν を用ひて増分法による非線形解析を FEM によつて行なえばよいわけである。

3. 非排水条件下の地盤の変形解析法

載荷直後には、地盤は非排水状態にあると考えられる。この場合の解析条件として、①体積変化がない(つまり $d\epsilon_1 + d\epsilon_3 = 0$)、② $\nu = 0.5$ に近づく値をとる(厳密には $\nu = 0.5$ であるが、通常の方法では計算で $\nu = 0.5$ とする)、③主応力増分差は全応力でも有効応力でも等しい($d\sigma_1 - d\sigma_3 = d\sigma'_1 - d\sigma'_3$)、を採用する。このとき、(5)式より、
 $d\sigma'_1 - d\sigma'_3 = \frac{E}{1+\nu} (d\epsilon_1 - d\epsilon_3) = \frac{E}{0.75} \cdot d\epsilon_1 \quad (7)$

一方、(3)式より条件①を考慮すれば、

$$d\sigma'_1 - d\sigma'_3 = \frac{1}{Z} \left\{ Y(F/\sigma'_1 + G/\sigma'_1) - Y(F/\sigma'_3 + G/\sigma'_3) + C_1 + C_{13} + C_{31} + C_{33} \right\} \cdot d\epsilon_1 \quad (8)$$

$$E = \frac{0.75}{Z} \left\{ Y(F/\sigma'_1 + G/\sigma'_1) - Y(F/\sigma'_3 + G/\sigma'_3) + C_1 + C_{13} + C_{31} + C_{33} \right\} \quad (9)$$

したがつて、 E を(9)式によつて求め、 $\nu = 0.5$ に近づく値にとるとより、非排水条件下の解析も可能となる。

Fig. 1 は土要素の有効応力経路を(2)式に条件①を考慮して手計算で求めた結果(点線)と(9)式によつて E を求め FEM によつて計算した結果(実線、一点鎖線)の比較である。

また Fig. 2, 3 は、ある試験盛土下の二層地盤²⁾を対象として、(9)式によつて E を算定し、 ν を 0.480, 0.490, 0.495, 0.499 に変化させ、沈下量および側方変位量を FEM によつて計算した結果を示している。Fig. 1 より ν が少々変化しても応力状態はあまり変化しないのであるが、Fig. 2, 3 より変形には大きく影響するようである。また、応力は二つ方法で定め、変形はその応力値を原式(2), (3)式へ代入して求めることの簡便法が考えられる。なお、現在各種応力条件下でユニットに成立するモービライズド面上の応力-ヒズミ関係式³⁾、直接性質面上の一般応力増分($d\sigma_x, d\sigma_y, d\sigma_{xy}$)～一般ヒズミ増分($d\epsilon_x, d\epsilon_y, d\epsilon_{xy}$)関係を求めて、地盤の変形解析へ適用する方法を検討中である。まことに提案している他の解析結果と比較の上、次の機会に発表したい。

参考文献 1) 松岡・猪葉: 住居応力経路下の土の応力-ヒズミ関係、第10回土質工学研究発表会、1975, pp. 145-148.

2) 紫田・富永・松岡・菅野: 有限要素法による軟弱地盤の変形解析、土と基礎、203号、1975, pp. 27-33.

3) 村山・松岡・菅野: 土の応力-ヒズミ関係の一般表示と有限要素解析への適用、第10回土質工学研究発表会、1975, -408.

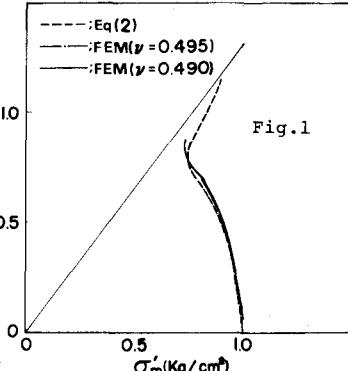


Fig. 1

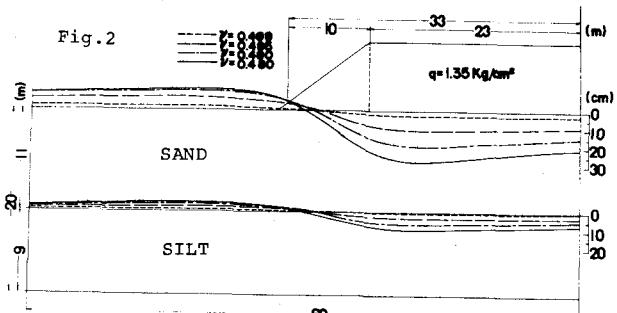


Fig. 2

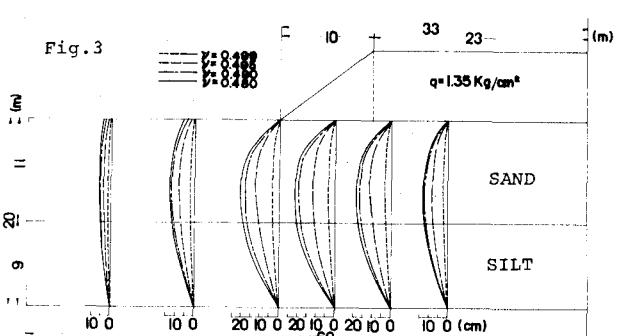


Fig. 3