

東京工業大学工学部

正会員

吉川秀夫

同

同

福岡捷二

同

学生会員

○吉川勝秀

[1]まえがき

静水中に落下する粒子は、目標点にある分布をもって到達する。粒子の分布を、散らばりの機構に注目して考察した。

[2]個別に投入される場合(単粒子沈降)

沈降している粒子は、粒子数がある程度大きければ、横方向の力をうける。そのために、目標点にある分布をもって堆積する。箭内¹⁾、Tawachai²⁾、等は、水深 h における分布が、標準偏差 $S \propto \sqrt{h}$ の二項分布であることを、実験的に示している。箭内は粒子の回転に注目し、理論的にも同様の結果を得ている。ところが、粒子は単なる回転のみによって散らばるとは考えられない。拡がり、沈降速度と向欠的な渦のはくりにによって決定されるはずである。

渦のはくりが生じる時に横方向の力をうけると考えれば、次のように単純化することにより、二次元的な散らばりの分布形が求まる。記号を以下のよう定義する。 ω ; 沈降速度, n ; $Z = Z_0$ まで渦をよす回数, α, β ; それぞれ $Z = Z_0$ まで右, 左へふられる回数, p ; 渦を出した時右へふられる確率, t_0 ; はくりの平均時間々隔, L ; t_0 間に Z 方向へ移動する平均距離, D ; t_0 間に X 方向へ移動する平均距離。したがって、次の関係式を得る。

$$\alpha + \beta = n, (\alpha - \beta)D = X \quad (1)$$

点 (X, Z_0) に到達するためには、右へ α 回ふらなければならない。それ故、 X 点に存在する確率 $P_X(X, Z_0)$, 平均 $E(X, Z_0)$, 分散 $V(X, Z_0)$ は、次のようになる。

$$P_X = n C_n \alpha! \beta! (1-p)^{\alpha} p^{\beta}, E = \sum_{X=0}^{nD} X P_X = Dn(2p-1) \\ V = \sum_{X=0}^{nD} (X-E)^2 P_X = 4D^2 n p(1-p) \quad (2)$$

$p = 1/2$, $n = Z/L = Z/\omega t_0$ とおけば、 $E = 0$, $V = D^2 Z_0 / \omega t_0$ となる。(したがって、標準偏差 S は水深 Z_0 の $1/2$ 乗に比例する。

$$S = \sqrt{V} = \left\{ D / \omega t_0 \right\} \sqrt{Z_0} \quad (3)$$

実験結果¹⁾²⁾を図-2に示す。 $np(1-p) \gg 1$ の時は、DeMoivre-Laplaceの定理より $P_X \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}S} \exp(-X^2/2S^2)$ で、Gauss分布となる。

以上は一箇の粒子について考えたが、多数個の粒子分布は、重ね合わせることににより同様の結果を得る。

$$C(\alpha, Z_0)/C_m(0, Z_0) = \exp(-X^2/2S^2) \quad (4)$$

ただし、 $\int_{-\infty}^{\infty} C(X, Z_0) dX = Q$ 。(投入量), C ; 濃度。

[3]連続的に投入される場合(多粒子沈降)

この場合は、粒子と流体および粒子間の相互干渉の問題となる。粒径がある程度大きく、重力の効果に比較して乱れによる拡散を重視できる場合を考える。粒子が連続的に投入されると、粒子に作用する重力のために、流れが誘起される。(したがって、[2]の場合とは異なり、粒子の通過経路によって n および L が変化する。 S は

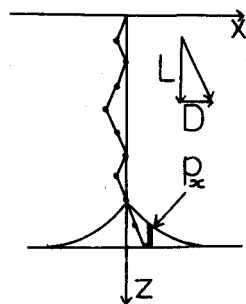


図-1

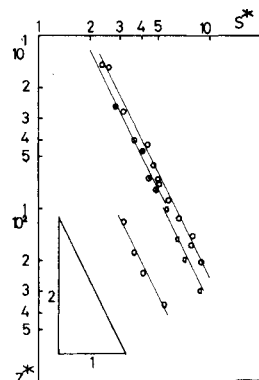


図-2

、粒子が平均流に乗るために、減少すると考えられる。実験結果を図-3に示す。
実験条件は $\rho_s/\rho = 1.05$, $ds = 0.3 \text{ cm}$, $C = 0.037 \text{ g/cc}$ 。ただし、 ρ ; 流体の密度
、 ρ_s ; 粒子の密度, ds ; 粒径。

平均流は、次の仮定のもとに、粒子の連続式と、流体と粒子の運動量式から
求まる。仮定; (1)濃度分布 $C(x, z)/C_m(0, z) = \exp(-x^2/2S^2)$, (2)流速分布
 $U(x, z)/U_m(0, z) = \exp(-x^2/2S^2)$, (3)静水圧分布, (4)流れと粒子の拡がり
幅が等しい。 ω_0, ρ, ds で無次元化すると

$$(i) \text{連続式}; \frac{1}{\sqrt{2}} C_m^* U_m^* S^* + C_m^* S^* = Q^* \quad (5)$$

$$(ii) \text{運動量式}; \rho^* \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} C_m^* U_m^* S^* + \sqrt{2} C_m^* U_m^* S^* + C_m^* S^* \right\} + \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} C_m^* U_m^{*2} S^* - \frac{1}{\sqrt{2}} C_m^* U_m^{*2} S^* \right\} = (\rho^* - 1) G^* \int_0^{x^*} C_m^* S^* dx^* \quad (6)$$

ただし、 C_0 ; 基準濃度, $C_m^* = C_m/C_0$, $U_m^* = U_m/\omega_0$, $S^* = S/ds$, $Q^* = Q_0/ds\omega_0\rho^*$
 $= \rho_s/\rho$, $G^* = g ds/\omega_0^2$

g ; 重力加速度。粒子が平均流に乗る効果を $U_{\text{流}}$ で導入し、 $L = (\omega_0 + U_{\text{流}})t$ とした結果を、図-3に太い
実験線を示す。

(4) 考察

(2)の各プロセスが独立に生じるという仮定は、(i)渦をまわす粒子に回転が生じる、(ii)三次元的な粒子の軌跡を
二次元的に観測するためにはほぼ満足されたと考える。 $S^*/\sqrt{2}$ のオーダーは、 Re 数が $10^2 \sim 10^3$ の範囲で、かつ
 $\omega_0 \gg x^2$ の条件で次より計算され、実験値とよく対応する。図-3の実験で、 $S^*/\sqrt{2} = 0.478$ (実験値),
0.6 (計算値)。

$$\rho^* V^* (1 + \rho^*) \ddot{x}^* = C_1 \frac{A^*}{V^*} \delta(t) - C_2 \frac{A^*}{V^*} \dot{x}^* \quad (7)$$

ただし、 V ; 体積, A ; 投影面積, ρV ; 仮想質量, C_1 ; $\frac{1}{\sqrt{2}}$
、 C_2 ; 抵抗係数, $V^* = V/ds^3$, $A^* = A/ds^2$, $x^* = x/ds$,
 $\delta(t)$; デルタ関数。

$S^*/\sqrt{2}$ の実験値を図-4
に示す。 $S^*/\sqrt{2}$ が Re 数に依存しないのは、(7)式からも
計算されるように ρ/ω_0 が Re 数の弱い関数で、かつストロ
ーハル数がほぼ一定のためと思われる。

粒子を連続的に投入する場合は、濃度が濃くなると
粒子間の衝突が問題となる。また、粒子が小さければ、
平均流および乱れと粒子の相互干渉を考慮する必要がある。

(5) 結論

粒子の散らばりが二次的な渦のはくりによること注目し、粒子の分布の示を導いた。その結果、次のこと
が結論される。

(i) 単粒子沈降の分布形は Gauss 分布で、 $S^* \propto \sqrt{z}$ である。

(ii) $S^*/\sqrt{2}$ は、 Re 数が $10^2 \sim 10^3$ のオーダーでは、 Re 数に依存しない。

(iii) 多粒子沈降の拡がり、 C が十分小さい時、重力によって誘起される流れを考慮すれば、単粒子沈降の
結果から予測できる。

参考文献

1. 砂および礫の水中落下の散らばりに関する研究。 前田寛治。 土木学会論文集
2. Gravitational Convection. Tawachai. A.I.T.
3. 流体力学。 日野幹雄。 朝倉

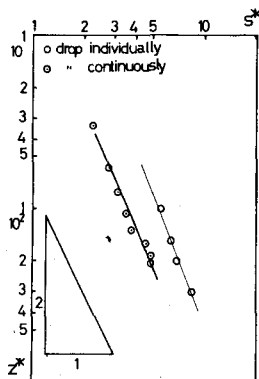


図-3

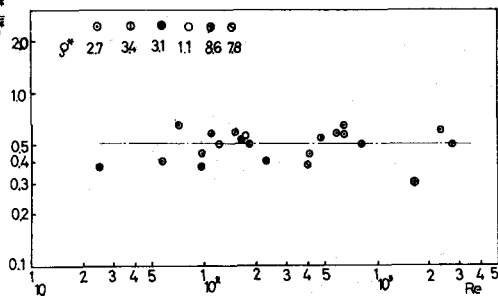


図-4