

京都大学防災研究所 正員 今本博健

一般に、乱流場は種々のスケールの乱れより構成されており、乱れの波数あるいは周波数空間は、スケールの大きなものから順に、平均流のエネルギーが Reynolds 応力の効果により乱れエネルギーへと変換される生成領域、流体運動の非線形効果によりあるスケールの乱れエネルギーがより小さなものへと伝播される慣性領域、および流体の粘性効果により乱れエネルギーが熱へと逸散される粘性領域の3種に分けられる。

本報告は粘性領域のスペクトル特性について若干の検討を加えたものであって、粘性領域におけるスペクトル定数は水理条件によってかなり変化するという興味ある結果が得られている。

1. スペクトル相似則

1次元波数スペクトル $S(k)$ は空間相関係数 $R(x)$ の cosine 変換で定義され、

$$S(k) = 4 \overline{u^2} \int_0^\infty R(x) \cos kx \, dx \quad (1)$$

と表わされる。ここに、 $\overline{u^2}$ は乱れ速度の2乗平均値、 L は $R(x)$ の積分スケールを表わす。

生成領域では k がきわめて小さく、(1) よりこの領域の $S(k)$ は つぎのように近似されることが知れる。

$$\text{生成領域 : } S(k) = 4 \overline{u^2} L \quad (2)$$

一方、慣性領域の $S(k)$ は Kolmogorov の相似則によるとエネルギー逸散率 ε のみによって規定され、次元解析の手法によりつぎの関数形が得られる。

$$\text{慣性領域 : } S(k) = S_\varepsilon \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (3)$$

ここに、 S_ε は慣性領域におけるスペクトル定数といわれ、普遍定数とみなされる。(3) はスペクトルの $5/3$ 乗則といわれ、種々の乱流現象について広くその成立性が確かめられている。

粘性領域についてもやはり Kolmogorov の相似則により $S(k)$ は ε および流体の動粘性係数 ν の2量によって規定されることが知られているが、 k との関係は次元解析の手法では定められず、

$$\text{粘性領域 : } S(k) = S_\nu \varepsilon^{(1-a)/4} \nu^{(5+3a)/4} k^a \quad (4)$$

と表わされる。ここに、 S_ν は粘性領域におけるスペクトル定数を、 a は任意定数を表わす。

以上より知れるように、粘性領域におけるスペクトル特性にはかなりのあいまいさが残され、スペクトル定数ならびに任意定数についての検討が必要である。ただし、任意定数 a について井上¹⁾ は $a=-3$ を、また Heisenberg²⁾ は $a=-7$ を提案しており、以下においては a としてこれらの値を採用した場合のスペクトル定数 S_ν について実験的検討を加えることにする。

2. 実験的検討

実験水路は、長さ13 m、幅40 cmの長方形断面直線水路であって、路床勾配は $\pm 1/20$ の間で可動である。乱れ計測にはホットフィルム流速計が用いられているが、計測精度を高めるため流水の温度変化に対する検定補正がなされ、さらに流水中に含まれる微細粒子のプロープへの付着が少ないようコニカル型プロープが用いられている。なお、数値化データの処理における1ブロックのデータ数 $N=500$ 、サンプリング周波数 f_s および繰り返し数 N_R はつぎの3種、すなわち、 $f_s = 20, 200, 2000$ Hz のそれぞれについて $N_R = 3, 10, 30$ 回とされている。

図1は、本実験で計測された周波数スペクトルに凍結乱流の仮定を用いて算定された波数スペクトルの一例を示したものであるが、いずれの場合についても慣性領域および粘性領域の存在が明確に認められる。ただし、図には慣性領域とみなされる勾配 $-2/3$ の領域が2種類認められるが、これは開水路流れの多重構造化によるものであり、水深が支配スケールとなる2次元流れに対応する慣性領域は高波数側のものと考えられる。したがって、高波数側の慣性領域のスペクトルに(3)を適用するとエネルギー逸散率 ε が算定される

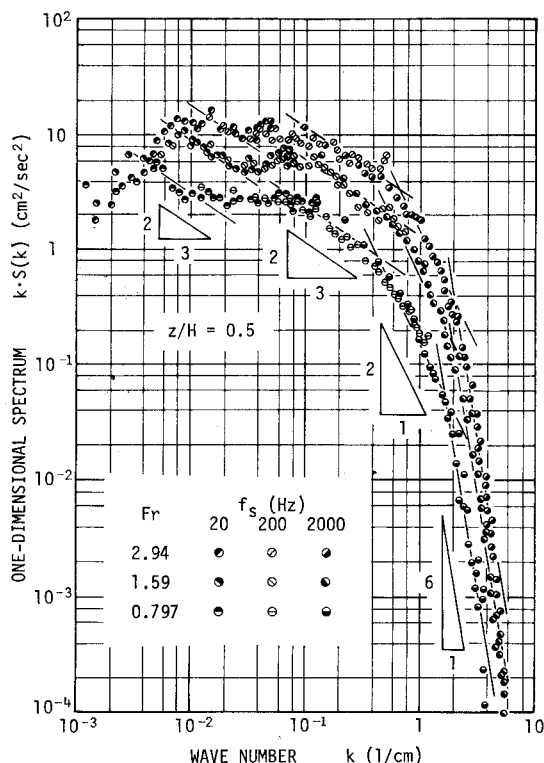


図1 1次元波数スペクトル計測例

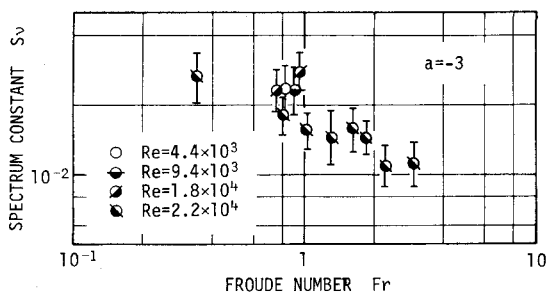


図2 粘性領域におけるスペクトル定数(a=-3)

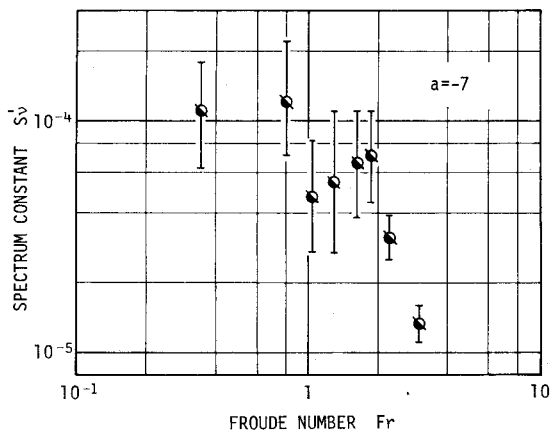


図3 粘性領域におけるスペクトル定数(a=-7)

ことになる。ただし、本報告では慣性領域におけるスペクトル定数として $S_E = 0.47$ が用いられている。このようにして定められた ε の値を(4)に用い、計測されたスペクトルとの比較より粘性領域におけるスペクトル定数 S_v が決定される。

図2および図3はこのようにして決定された S_v と Fr 数との関係を示したものであって、(4)における任意定数 a として -3 を用いた場合が図2に、また -7 を用いた場合が図3に示されている。これらの図に見られるように、 S_v は $a = -3$ あるいは -7 のいずれを用いた場合についても、 Fr が1より小さな常流状態ではほぼ一定とみなされるが、1より大きな射流状態では Fr の増加に伴って減少する傾向が認められ、

S_v を普遍定数とする取扱いは妥当でないように見受けられる。ただし、本実験によって得られた S_v が水理条件によって変化した理由としては、 S_v 本来の特性であるということのほか、本実験における計測の有効性、たとえば、センサーの大きさの有限性などにより計測された乱れがあるスケール以上のものに限定されていることによるなど、いくつかの事項が挙げられ、今後さらに詳細な検討を加える必要がある。

なお、粘性領域におけるスペクトル定数が水理条件によって変化するという本計測結果が正しいと仮定すると、粘性領域における乱流構造としてつぎのようなイメージを描くことができる。すなわち、流体運動の非線形効果により乱れはつぎからつぎへと細かく分割されるが、小さなスケールの乱れほど流体の粘性効果による乱れエネルギーの熱への逸散が著しく、あるスケールの乱れより小さな成分はほとんど存在しなくなる。これが紫外切断といわれるものであり、紫外切断の発生スケールが動粘性係数など主として流体自身の物理的特性によって定まるとすると、粘性領域の上限波数は紫外切断の発生スケールに対応するものであるから、慣性領域から粘性領域への遷移波数の大きい場合ほど粘性領域自体の幅は狭くなり、スペクトル相似則で記述されないようなあいまいさが認められるようになるものと考えられる。

参考文献

- 1) 井上栄一：乱れの最小乱子について，東大理工研報告，4，194～200，1950。
- 2) Heisenberg, W.: On the theory of statistical and isotropic turbulence, Proc. Roy. Soc., A-195, 1948.