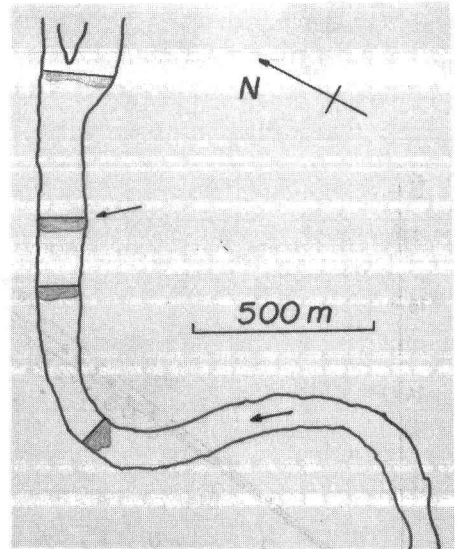


1. 2次元流れの特徴は、2次のインバリエントとして運動エネルギーのほか、エンストロフィー(ウズ度の半分)が考えられることである。そのため、2次元乱流理論および数値実験から、2種類の中間乱子領域の存在が予測されている。1つは3次元乱流と同様にエネルギー伝達をおこなう領域であり、そのエネルギースペクトルは波数の $-5/3$ 乗に比例するが、エネルギーは3次元乱流の場合と逆に低波数域へ向って伝達される。もう1つは、エンストロフィーカスケーディングをおこなう領域で、ここでは波数向のエネルギー伝達はゼロである。そのエネルギースペクトルは、 η をエンストロフィー伝達率、 ϵ をユニバーサルな定数として、

$$E(k) = c \eta^{2/3} \epsilon^{-3} [\ln(k/k_1)]^{-1/3}, \quad k_1: \text{エンストロフィー流入源の波数}$$

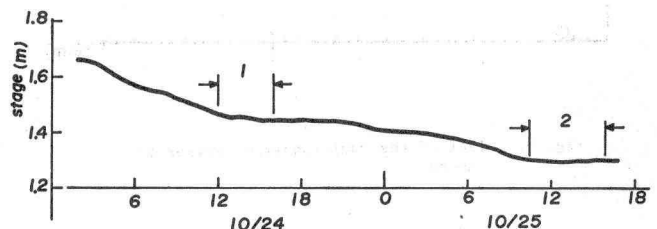
2. 河川乱流について考えると、ふつう、河幅は水深にくらべて著しく大きいために、そのエネルギースペクトルにはメイスターのギャップが存在して、2次元水平乱流場と3次元鉛直乱流場との分離が可能である。一様直線河道の水平乱流場では、じょう乱入力源のスケールは河幅のみで、しかもそれ以上のスケールの乱子の存在は考えられないから、エネルギースペクトルの形はエンストロフィーカスケーディングで説明できそうである。

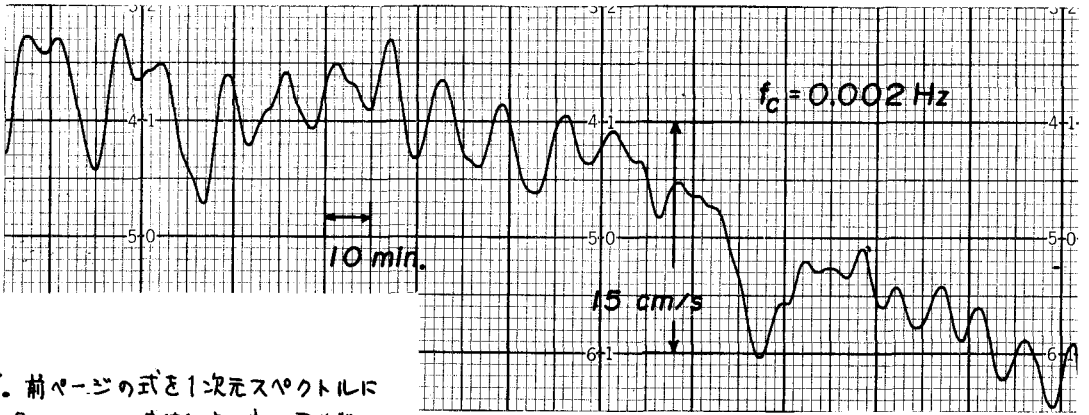
3. 流速観測は千曲川の東京電力照田測水所でおこなった。測線での河幅は130m、水深はほど1.7mで横断方向に一様であったが、右図に示るように、約700m上流に大きな曲がある。測定には直径13cmのフロペラ式流速計を使った。測線上で、河川の中央から左右に18mの位置に2つの流速計を設置(水面下30cm)して、4時向の連続観測を2日おこなった。その向の水位変化を右下の図に示す。観測の2日前に降雨があったため、水位は下降中であった。



4. 次ページの上の図は、観測1日目の左岸寄りの流速計が測定したデータを、遮断周波数0.002 Hz(時定数8.3分)のローパスフィルターに通した結果である。前2/3には著しい周期性がみられるが、その卓越周期は12分で、これをウズの長さに換算すると約1,000mに相当する。データの後1/3では乱流構造が変わっていて、乱流場の非定常性を示している。

この、前2/3のデータから求めたエネルギースペクトルを次ページに示す。水平乱流場と鉛直乱流場を分離して処理したものである。鉛直乱流場の $-5/3$ 乗はもはやめずらしくない。幅広いメイスターのギャップの左に、しいて引けば、 -3 乗の直線がひけないこともない。

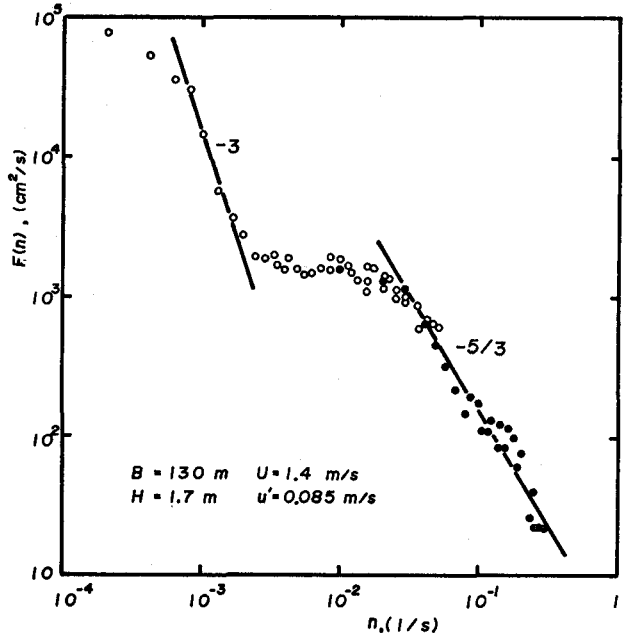




5. 前ページの式を1次元スペクトルに変換し、さらに凍結乱流仮定で周波数スペクトルの形にしてやる。全エントロフィーの対数発散をさせるための対数修正を省略すると、2次元乱流の1次元周波数スペクトル密度は、平均流速を \bar{u} として、

$$E_1(n) = \frac{C}{4} \left(\frac{\bar{u}}{2\pi} \right)^2 \eta^{2/3} n^{-3}$$

となる。Kraichnanの理論値 $C \approx 2.6$ を用いて、右図のスペクトルからエントロフィー伝達率を算定してみると、 $\eta \approx 1.1 \times 10^{-11} (\text{s}^3)$ がえられた。なま、鉛直乱流域のエネルギーカスケード密度は $0.77 (\text{cm}^2/\text{s}^3)$ であった。その他のデータから推定した η の値は、 1.9×10^{-11} , 4.8×10^{-12} , 5.5×10^{-12} であった。



6. エントロフィーカスケードリングが卓越する領域では、そこにおけるいろいろな統計的な特性は、エントロフィー伝達率 η という一つのパラメータで決定されると考えられる。もしそうなら、たとえば、速水の洪水理論から出てくるような水平混合係数は、

$$K_T(l) = \gamma \left\{ \int_{k=1/l}^{\infty} [E(k)]^{5/2} k^{-5/2-1} dk \right\}^{1/5}$$

から、 $K_T(l) = \sqrt{C} (2S)^{-1/5} \eta^{1/3} l^2$ となる。Heisenberg流 $S=1$ とすれば、 $\gamma = 0.45$ (Prandtl) を用いて、 $K_T(l) = 3.6 \eta^{1/3} l^2$ がえられる。しかし、これは従来から水平乱流域まで含めてなく実験的に確認されている Richardson の $4/3$ 乗則とは全くちがう形である。また、 K_T や K_L は Lagrange 流の量であるのに対して、 η は Euler 流の量であるから、このような表現は適切かどうかも疑問である。

図に示したスペクトルの低周波域において、エントロフィーカスケードリングに共存して、河道のゆらぎもとづくエネルギー流入源からの低周波入方向エネルギー伝達が存在しているかについては、はっきりしない。