

東京大学工学部 正員 玉井 信行
 東京大学大学院 学生員 ○ 三国 史雄

(1) 序 開水路の不等流の基本方程式を導くに当たり、従来はベルヌーイの定理より導かれた式を積分する際、水深を一定としていた。しかし不等流というのは水深が一定ではないから、厳密に言えば水深が場所の関数であるということを考慮して積分しなければならない。この効果を考慮すれば、水面曲線に影響が出るほかに、限界水深の定義式 $h_c = \sqrt[3]{\alpha Q^2 / g B^3}$ の α の値に影響を与える。すなわち、従来の限界水深の式における α は断面内の速度水頭の分布を表す補正係数でふつう 1 とされているが、不等流効果を考慮することにより、その α に新しい項が加わり、1 よりも大きな値になると考えられる。本研究は、一樣水路が幅の漸変する水路における流水の水深を実測して不等流効果が水面形に及ぼす影響と限界水深の定義式における α の値に及ぼす影響について検討したものである。

(2) 理論 ここでは、漸変流の運動を支配するエネルギー方程式を扱う。従来の基本方程式は、
 一樣水路において、

$$\frac{dh}{dx} = \frac{1 - n^2 Q^2 / R^{4/3} B^2 h^2}{1 - \alpha Q^2 / g B^2 h^3}, \quad \text{----- A式}$$

幅の漸変する水路において、

$$\frac{dh}{dx} = \frac{1 - n^2 Q^2 / R^{4/3} B^2 h^2 + (Q^2 / 3g B^3 h^2) dB/dx}{1 - \alpha Q^2 / g B^2 h^3} \quad \text{----- C式}$$

単位時間に一断面を通過する流水のエネルギーの平均値を求めるために、エネルギー式の両辺に $u dA / vA$ をかけて全断面 A について積分する。単位幅を考えることにすれば $A \rightarrow h$, $dA \rightarrow dh$ として、

$$\frac{1}{g v h} \int_0^h u \frac{\partial u}{\partial x} dh + \frac{1}{v h} \int_0^h u \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2g} \right) dh - 1 + \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

ここに、 u : x 方向の速度, g : 重力加速度, h_r : 損失水頭, n : マニングの粗度係数, Q : 流量, R : 径深, B : 水路幅。
 ここで、 h が定数ならば上式のオ1項, オ2項の微分と積分の順序は変えられるが、対象が不等流であるから、

公式 $\frac{\partial}{\partial c} \int_a^b f(x, y) dx = \int_a^b \frac{\partial}{\partial c} f(x, y) dx + f(b, c) \frac{\partial b}{\partial c} - f(a, c) \frac{\partial a}{\partial c}$ を用いる。

長方形断面水路における定常流を考えれば、不等流の基本方程式は、

一樣水路において、

$$\frac{dh}{dx} = \frac{1 - n^2 Q^2 / R^{4/3} B^2 h^2}{1 - (\alpha + \beta/3) Q^2 / g B^2 h^3}, \quad \text{----- B式}$$

幅の漸変する水路において

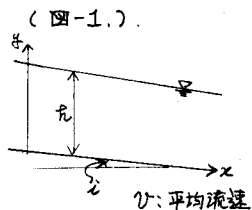
$$\frac{dh}{dx} = \frac{1 - n^2 Q^2 / R^{4/3} B^2 h^2 + (4\alpha Q^2 / 3g B^3 h^2) dB/dx}{1 - (\alpha + \beta/3) Q^2 / g B^2 h^3} \quad \text{----- D式}$$

なお、幅の漸変する水路では、全断面について積分する際、水平方向の流速分布は一定であるとした。

ここで、 β : 表面流速と平均流速の比。

さて、一樣水路でも幅の漸変する水路でも、基本方程式の分母を0としたものが限界水深を与える。長方形断面では、限界水深 h_c は、 $h_c = \sqrt[3]{(\alpha + \beta/3) Q^2 / g B^3}$ となる。したがって不等流効果を考慮すれば、限界水深に因して、表面流速と平均流速の比が影響を及ぼすことがわかる。

(3) 実験装置及び方法 実験は、長さ20mの可変勾配水路(幅40/cm)を用いた。一樣水路では、急勾配でのゲート下からの射流いわゆるB水面の流路中央水深をゲート下流2~3mの地点から約1mおきに測定した。幅の漸変する水路では、漸変部の幅 $B(x)$ を測定結果よりその5次曲線と近似し急勾配にして流路中央の水深を約



4 cm 間隔に測定した。

(4) 結果及び考察 (1) 一樣水路 β の値は実測より略 1.1 ~ 1.2 となったもので、B 式において $\beta=1.1, 1.2$ としたものを各々、B-1 式、B-2 式として計算させた。(図-3) 測定区間上流部では、実測値が計算値よりも大きい。これはゲートと側壁との向かいの衝撃波が出て水面が高まっているものと考えられる。水深測定の際の誤差を考慮しても、実測値は B 式による水面形に近い。

(2) 幅の漸変する水路 D 式において $\beta=1.1, 1.2$ としたものを各々 D-1 式、D-2 式として計算させた。(図-4) 測定区間上流部では、実測値は不等流効果を考慮した水面曲線に近く、下流にゆく

に従って、従来の方程式による水面曲線に近づき、更にはそれよりも小さくなる。これは、幅の狭がる水路を射流が流れるとき生じる負の衝撃波によるものと考えられる。曲がり角が直線であるとして、衝撃波による水面低下 Δh を計算した結果、 $\Delta h=1.0 \sim 1.5 \text{ cm}$ の大きさをもつことがわかった。また、実測値と比較することにより、 α' の値は 1.2 ~ 1.7 と推定される。

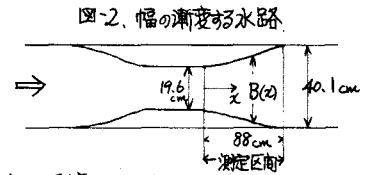


図-3. 一樣水路での水面形 一例

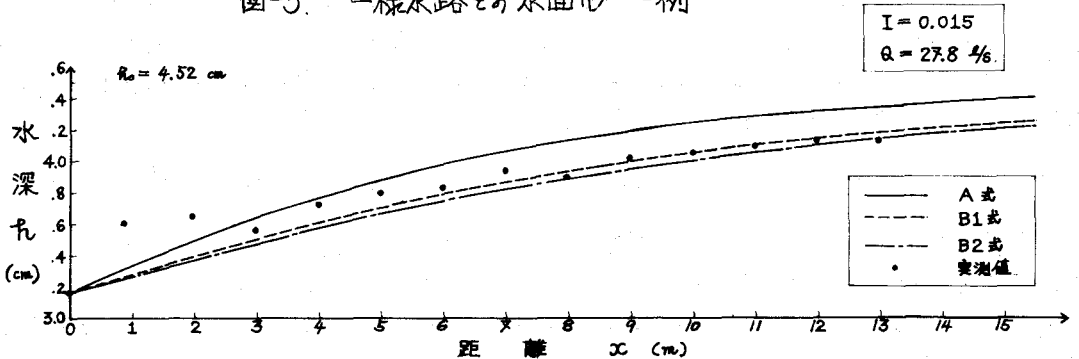
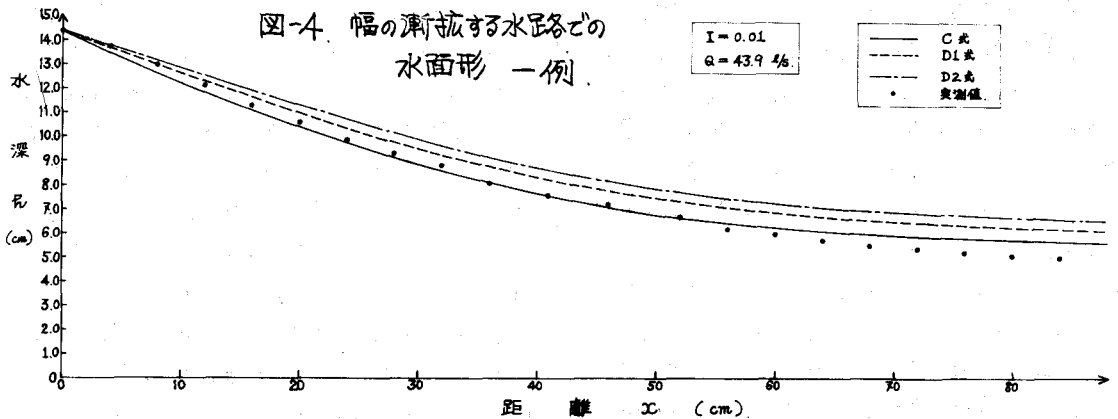


図-4. 幅の漸狭する水路での水面形 一例



(5) 結論 ① 一樣水路の不等流水面形を論じる場合、不等流効果を考慮した基本方程式を用いるべきである。② 幅の漸変する水路の不等流(射流)においては、エネルギー方程式だけで水面形を論じることはできず、側壁の曲がりによる衝撃波の影響を含めて論じなければならない。③ 限界水深の定義式における α は、 $\alpha' = \alpha + \beta/3$ という内容をもつものであり、その値は 1.2 ~ 1.7 である。

おわりに 更に、 α 、 α' と水位、断面形等との関係が調べられる必要がある。なお、幅の漸変する水路で更に (1) 常流から支配断面を経て射流に移移する流れ (2) 常流遷移流れ (3) 射流遷移流れの水面形についても実測を行い、計算、考察を進めている。