

1. まえがき

河川の蛇行現象は、とくに沖積地河川の場合、水流の蛇行による砂堆の形成を伴い、河岸の侵食および堆積の競合によって進行する過程である。直線水路での蛇行流の成因、発達については解析的探究が試みられているがこの小論では、河道の蛇行に移行した後の場合の流路の変動に関して検討してみる。

河川の蛇行曲線の幾何学的特性については、自然河川・実験水路での調査・測定等が行なわれ多くの知見が得られているが、まだ定性的にも十分把握されていない段階である。このことは、河道の変動現象が三次元的でありその微視的な機構が複雑であって一般化しにくいことに原因があると思われる。興味ある論文として Langbein & Leopold (1966, U.S.G.S) は、河道流心の偏角の分散値最小値理論 (Theory of Minimum Variance) から sine-generated curve (厳密には隣内函数となる) を導いて、自然河川、実験水路の蛇行曲線によく適合するとしているが、この理論では水理量等の関係あるいは蛇行河道の振幅の増大等の発達過程としての解析と結ぶつけることができない。

以下では、河道の変動について、巨視的な見方から簡単なモデルを考え蛇行が進行していく場合の幾何学的な軌跡について数値解析を試みようとしたものである。

2. 解析の基本的考えと基礎式

蛇行して流れる水流が河岸に作用する遠心力が河岸侵食の基本的な応力であると考ええる。河岸法線と流心との曲率の間に位相のずれ δ を考慮して、河岸単位長さで当りに働く遠心力 Π は、

$$\Pi = \frac{\rho' A u^2}{\rho(s+\delta)} \quad \text{ここに、} \rho': \text{水の密度、} A: \text{平均河積、} s: \text{流F距離、} u: \text{平均流速、} \rho: \text{曲率半径} \quad \dots\dots(1)$$

水流と河岸との間に作用する摩擦力 Π' は、摩擦係数 μ' を導入して、

$$\Pi' = \mu' \Pi = \frac{\mu' \rho' A u^2}{\rho(s+\delta)} \quad \dots\dots(2)$$

水流が単位時間、単位長さで当り河岸に対してなす仕事量 W は、

$$W = \Pi' \cdot u_d = \frac{\mu' \rho' A u^2}{\rho(s+\delta)} \quad \text{ここに、} u_d: \text{河岸近傍の流速 (} \approx u \text{)} \quad \dots\dots(3)$$

河岸が侵食される量 $\partial r(s)$ は、この仕事量に比例すると仮定すれば、

$$\frac{\partial r(s)}{\partial t} = k W e_n(s) \quad \text{ここに、} k: \text{河岸の侵食性を表わす係数} \quad \dots\dots(4)$$

$e_n(s): \text{河岸の法線ベクトル}$

この(4)式が、河川蛇行が発達する変動に関する一般式である。

簡単にするために、水理量および諸係数が一定であるとすれば、(4)式は

$$\frac{\partial r(s)}{\partial t} = \frac{k'}{\rho(s+\delta)} \cdot e_n(s) \quad , \quad k' = k \mu' \rho' A u^2 \quad \dots\dots(5)$$

かなり単純化した概念によって河道変動のモデルをつくったが、一次近似として成立しうものと考ええる。ここでは、河道の変曲の内岸での堆積過程については、対岸の堆積に対して補完的關係にあるとして、モデルの中では考慮していない。

3. 数値計算の例.

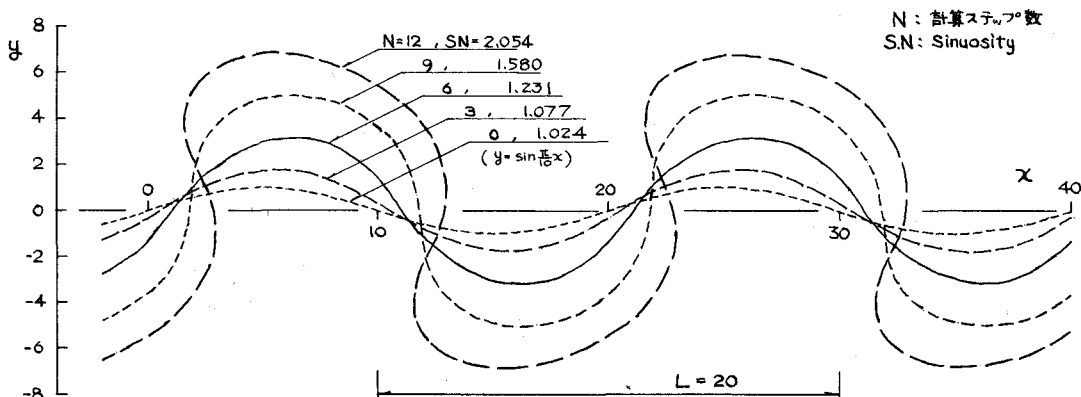
河道変動の簡便式(5)式は, Frenet-Serret の公式からつきのように変換できるので, 差分計算によって数値解析を試みた。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial X(s)}{\partial t} &= k' \frac{\partial^2 X(s+\delta)}{\partial s^2} \\ \frac{\partial Y(s)}{\partial t} &= k' \frac{\partial^2 Y(s+\delta)}{\partial s^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

ここでの計算例の条件として

- ・ 初期値 : $y = a \sin \frac{2\pi x}{L}$, $a/L = 200$, $a = 1.0$
- ・ 差分のとり方 : $t=0$ で $\Delta x = a$ の積分分割から出発して $\Delta s = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ は時間的に変化
- ・ 水流と侵食の位相のずれ $\delta = \Delta s$

なお, 本計算は手計算によったので計算能力の都合から $\Delta t \cdot k' = 1.0$ としたので, 熱伝導型の数値計算上の解の収束条件を満足させることができないかわり, 各計算ステップで求めた変位 ($\Delta x', \Delta y'$) を加重平均操作によって平滑化を行った。(現象的にみて, 河道の変動は多分に鈍る応答にあるようで, 蛇行の半波長より小さな変動は水流自体の平滑的機能を有すると模倣を考えた。)



この計算例による結果は, 仮定, 初期条件および計算手法上の問題はあるが, 木下(1960)らによる石狩川河道変遷調査等にみられる蛇行の発達の特徴——蛇曲河道の変曲点付近の不動的部分の形成, 不動部分の直下流の屈曲が著しく進行することによる耳状の蛇曲形態に移行する傾向があることなど——と定性的によく照合するようである。

4. あとがき

河川蛇行の変動過程をかなり巨視的にとらえてその軌跡を数値計算によって解析を試みたのであるが, 導入した諸種の物理的係数等に不明瞭なところが多く残されている。たとえば, 河岸侵食量は掃流砂量に類似して作用する力の関数であるとも考えられ, 蛇行の軌跡の様相は異なったものとなることも予想されるし, また, 初期条件および数値計算手法による解の一意性算に対する吟味も含めて, 今後さらに検討を加える必要がある。