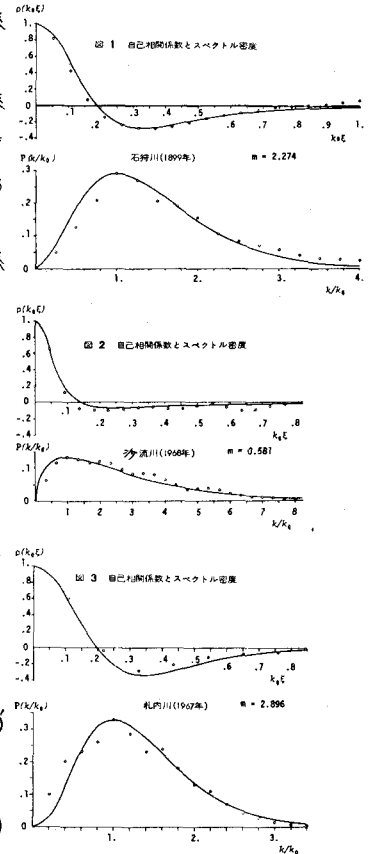


1. 曲率系列スペクトルの統一表示

自然河川の流路形状、とくに、流向角や偏角(あるいは曲率)に関する系列解析が進んでいるが、従来から、①、系列が非定常であること、②、そのスペクトルが複数のピークをもち、安定したピークは限られること、③各系列標本は、地形・地質の影響を受け、固有性が強いこと、などの理由により、系列の統一的な表示が困難視されてきた。しかし、著者らが、これまでに収集してきた14河川23標本に関する解析によれば、上記①~③は、いずれも無視し得ないが、①、我国河川のように比較的短い河川の沖積部のみを扱う限り、定常性の仮定は第一近似として許される、②、スペクトル推定値の安定性に着目して、標本の背景にある統計的性質をとり出せばその特性は一般化される、③、各標本の固有性は、むしろ水理学的な諸要素、とりわけ河床形態に強く関連しているようであり、スペクトルの統一表示も不可能ではないように見受けられる。図1~3は、河床形態の異なる三河川の曲率系列のスペクトルを正規化して描いたものであるが、これらに対する関数形を

$$P(k/k_0) = \frac{m^m}{2\Gamma(m)} (k/k_0)^m \exp(-m \cdot k/k_0) \quad (k > 0) \quad (\text{ただし、} k: \text{波数、} k_0: \text{ピーク波数、} m: \text{パラメータ}) \quad \dots\dots (1)$$

とし、ピーク高さが一致するように m を定めると、図に見られるように、原系列ではま、たく様相の異なる三河川が、ともに(1)式で近似されることがわかる。他河川についても(1)式によってよく近似され、系列の特性は、 m によって代表することができ。次に、 m がどのような河川パラメータに結びつくかを調べてみる。②に述べたように、河床形態を区分するパラメータとの関係が期待されるが、現在までに、水深や粒径に関する十分な資料を得ていないので、Leopoldらによる、蛇行流路と網状流路を区分する簡単な関係式 $I_c = 0.6 Q^{-0.44}$ (I_c : 区分境界の河床こう配, Q : 流量 cfs) を利用して $I Q^{0.44}$ をパラメータに選んでみる。ただし、 $Q \propto B^2$ (B : 川幅) なる関係が多く河川で認められているので、 $I Q^{0.44} \propto I B^{0.88} \approx I B$ としても大きな違いはないであろう。図-4は、 m を $I B$ に対してプロットしたものであるが、両者に一定の関係があることは明かである。さらに適切なパラメータにより、 m が正確に推定されるようになれば、 k_0 は B との間に逆比例の関係にあることが知られているから、分散 σ^2 が知れば原系列のスペクトルや、系列相関を推定できるのであるが、 σ^2 は、むしろ地質的な制約を受けらしく、固有性が強いようである。



2. 系列の線形推定

河川長の有限性は本質的なので、曲率系列 $c(x)$ を、 $c(x) = \{U(x+L) - U(x-L)\} C_0(x)$ とおき、 $C_0(x)$ を $(-\infty, \infty)$ において定義し、以後 $C_0(x)$ について考える。ただし、 x : 河道中心線に沿う距離軸、 $2L$: 河川全長、 $U(x)$: 単位ステップ関数。後に見るように、河川の下流における形状の影響が上流にも及ぶものと考え、 $C_0(x)$ のスペクトルは、 $k < 0$ においても考えられるので、(1)のかわりに、(1)'とする。

$$P(k_x, m) = \begin{cases} \frac{m^m}{2\Gamma(m)} |k_x|^m \exp(-m|k_x|) & (k_x \neq 0) \\ 0 & (k_x = 0) \end{cases} \quad \left(\text{ただし } k_x = \frac{k}{k_0} \right) \quad \dots\dots (1')$$

また、自己相関係数は、(1)'のフーリエ逆変換から(2)となる。

$$\rho(k_x, m) = \left\{ \left(\frac{2\pi}{m} k_x \right)^2 + 1 \right\}^{-\frac{m+1}{2}} \cdot \cos \left\{ (m+1) \tan^{-1} \left(\frac{2\pi}{m} k_x \right) \right\} \quad \dots\dots (2)$$

ただし、 $\xi_* = k_0 \xi$, ξ : すらし距離である。今、 $\sigma^2 = \sigma_1^2$, $m = m_1$, $k_0 = k_0$ なる値をもつ系列 $C_0(x)$ からなる河川の I と B を変えて、 $\sigma^2 = \sigma_2^2$, $m = m_2$, $k_0 = k_0$ なる状態にすることとし、この新しい状態における安定した系列 $C_2(x)$ を推定する問題を考える。安定状態のもとでの C_2 のスペクトルと自己相関は、 $P(k/k_0, m_2)$, $\rho(k_0 \xi, m_2)$ となるが、このままでは、 C_2 の具体的な形はわからない。そこで、 $C_0(x_1)$ と $C_2(x_2)$ の軸の間に k_0 : k_0 の相似の対応があると仮定し、 $k_0 x_1 = k_0 x_2 = x_*$ において、 $\hat{C}_2(x_*) = \int_{-\infty}^{\infty} C_0(x_* - \alpha) g(\alpha) d\alpha$ (3) なる線形推定をおこなう。(3) において \hat{C}_2 は C_2 の推定値、 $g(\alpha)$ は未知の重み関数である。推定値の誤差を最小にする条件は、誤差が任意の C_0 に直交することであるから、 $E \{ [C_2(x_*) - \hat{C}_2(x_*)] C_0(x_* - \xi_*) \} = 0$ より $\sigma_1 \sigma_2 \rho_{21}(\xi_*) = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_1^2 \rho(\xi_* - \alpha) g(\alpha) d\alpha$, (ただし、 $\rho_{21}(\xi_*)$: C_2 と C_0 の相互相関係数) (4) (4) 式は、 $g(\alpha)$ が、 $\alpha < 0$ において存在すること (つまり、下流から上流への影響を認めている) において、Wiener-Hopf 式と異なり、直接フーリエ変換できて、(5) 式を得る。

$\sigma_1 \sigma_2 P_{21}(k_*) = \sigma_1^2 P(k_*, m_1) \cdot G(k_*)$, (ただし、 $P_{21}(k_*)$: 正規化されたクロススペクトル、 $G(k_*)$: 伝達関数) (5) 次に、 C_2 の C_0 に対するコヒーレンス γ^2 を考えると、(5) を用いて、

$$\gamma^2 = \frac{|P_{21}(k_*)|^2}{P(k_*, m_1) \cdot P(k_*, m_2)} = \frac{\sigma_1^2 P(k_*, m_1)}{\sigma_2^2 P(k_*, m_2)} |G(k_*)|^2$$
 (6)

もし、 C_0 と C_2 が、完全に線形の関係にあれば、 $\gamma^2 = 1$ となるが、そういうことはあり得ない。一般に高波数域ほど対応が悪くなるのが予想されるので、 $\gamma^2 = e^{-\epsilon k_*}$ ($\epsilon \geq 0$) (7) の仮定を設けると、(6) より

$$|G(k_*)| = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \left\{ \frac{P(k_*, m_2)}{P(k_*, m_1)} \right\}^{1/2} \cdot e^{-\frac{1}{2} \epsilon k_*}$$
 (8) 位相を考慮しなければ、 $G(k_*) = |G(k_*)|$ となるので、

(8) に (1) を入れ、逆変換によって $g(\alpha)$ を求めれば、

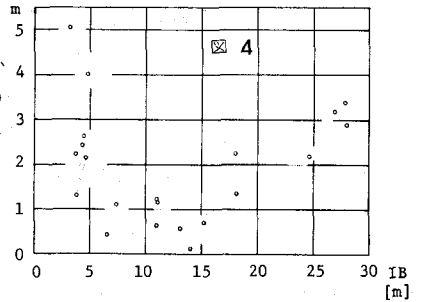
$$g(\alpha) = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \cdot \left\{ \frac{P(m_1) m_2^{m_2}}{P(m_2) m_1^{m_1}} \right\}^{1/2} \cdot \frac{P(\frac{1}{2}(m_2 - m_1) \cdot (m_2 - m_1))}{\left\{ \frac{1}{2}(m_2 - m_1 + \epsilon) \right\}^{1 + \frac{1}{2}(m_2 - m_1)}} \left\{ \left(\frac{4\pi}{m_2 - m_1 + \epsilon} \alpha \right)^2 + 1 \right\}^{-\frac{1}{2} \{ 1 + \frac{1}{2}(m_2 - m_1) \}}$$

$$\times \tan^{-1} \left(\frac{4\pi\alpha}{m_2 - m_1 + \epsilon} \right)$$
 (9) したがって (3) 式を用いて、 $C_0(x_*)$ から $\hat{C}_2(x_*)$ を推定できる。

3. 計算例

図-5 の実線は、石狩川 1899 年における、蛇行曲率の一部であり、点線は、(1) あるいは (2) 式を満足する信号成分を抽出したものである。このとき、 $\sigma_1^2 = 0.245 \times 10^{-5}$ [rad./m²], $m_1 = 2.27$ であるが、1925 年には、 $\sigma_2^2 = 0.216 \times 10^{-5}$ [rad./m²], $m_2 = 2.64$ に変化している。

図-6 は、 ϵ の値を 0, 0.2, 0.5 に変えて、'99 年の信号成分 C_0 を用いて、'25 年の曲率系列 \hat{C}_2 を推定したものである。推定された系列の波形は、もとの波形とあまり異な、てはいないが、これは、 $m_2 - m_1$ の値が、0.37 と小さく、重み関数 (9) 式が、デル



タ関数に近い形をとるためである。考えている区画における '25 年の河道に、ショートカットが直接含まれているため、結果の比較はできなかった。他区画および他河川について、さらに検討を深めたい。

参考文献

- 1) Leopold, L. B. & Wolman, M. G.: " River channel patterns - braided, meandering and straight ", U.S.G.S. Prof. Paper, 282 B, 1 - 85, 1957
- 2) 長谷川・長田・山岡: 「蛇行河川の無次元曲率系列の性質」, 土木学会第 29 年講概要 II-122, 昭和 49 年 10 月。本研究は、文部省科学研究費補助金を受けた。記してここに謝意を表す。

