

建設省土木研究所 正 ○北川 明
 東工大土木工学科 正 吉川 秀夫
 東工大土木工学科 正 池田 駿介

1. はじめに

河川弯曲部での時間的な河床変動の経過を定量的に予測する段階には未だ到っており、その定量的な把握が望まれている。本稿は一樣な変曲水路での横断河床形状が安定勾配に到るまでの全過程の力学的機構の解明と長期的な河床変動について定量的に把握することを目的としたものである。

2. 砂粒子の運動方向

変曲水路床を定常運動しながら移動している1個の砂粒子に働く流体力に注目し、力の釣り合い式を立てる。図1を参照すると次式をえる。

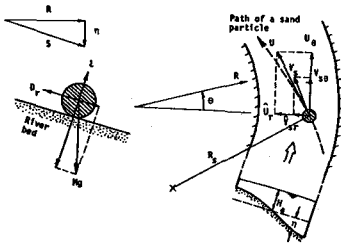


図1 砂粒子に働く力の模式図

θ方向

$$\frac{P}{2} C_d \frac{\pi}{4} d^2 |U - V_s|^2 \frac{|U - V_{s1}|}{|U - V_s|} + \frac{\pi}{6} d^3 (\rho_s - \rho) g \cdot l_0 - \mu \left\{ \frac{\pi}{6} d^3 (\rho_s - \rho) g \frac{\partial R}{\partial S} - \frac{P}{2} C_d \frac{\pi}{4} d^2 |U - V_s|^2 \right\} \frac{|V_{s1}|}{|V_s|} = 0 \quad (1)$$

R方向

$$\frac{P}{2} C_d \frac{\pi}{4} d^2 |U - V_s|^2 \frac{|\hat{U}_R - \hat{V}_{s1}|}{|U - V_s|} - \frac{\pi}{6} d^3 (\rho_s - \rho) g \frac{\partial \eta}{\partial S} - \mu \left\{ \frac{\pi}{6} d^3 (\rho_s - \rho) g \frac{\partial R}{\partial S} - \frac{P}{2} C_d \frac{\pi}{4} d^2 |U - V_s|^2 \right\} \frac{|V_{s1}|}{|V_s|} - \frac{\pi}{6} d^3 \frac{|V_s|^2}{R_s} = 0 \quad (2)$$

ここに、 C_d :抗力係数、 C_L :揚力係数、 μ :動摩擦係数、 d :砂粒子の径、 ρ :流体の密度、 ρ_s :砂粒子の密度、 U :砂粒子付近の流体の速度ベクトル、 V_s :砂粒子の速度ベクトル、 $U_\theta, \hat{U}_\theta$: U のθ方向R方向成分、 $V_{s1}, \hat{V}_{s1}$: V_s のθ、R方向成

分、 R_s :砂粒子の軌道の曲率半径、 l_0 :水路のθ方向勾配。水深に比較して水路幅が大きく曲率の小さい水路について考えると、(1)式より次式をえる。

$$|U - V_s| = \left\{ \frac{4g d \mu \left(\frac{R_s}{l_0} - 1 \right)}{3(C_d + \mu C_L)} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

(3)式を(2)式に代入し、遠心力の項は小さなオーダーとなり無視し、 $\frac{\partial \eta}{\partial S} = \frac{\partial \eta}{\partial R}$ 、 $U - V_s \approx U - V_s$ を考慮すると砂粒子の運動方向として次式をえる。

$$\frac{|\hat{V}_{s1}|}{|V_s|} = \frac{|U|}{|U|} - \frac{\frac{\partial \eta}{\partial R}}{\sqrt{\frac{3C_d \mu}{4(1+C_L/C_d)} \left(\frac{R_s}{l_0} - 1 \right) g d}} \quad (4)$$

(4)式は河床変動の初期つまり $\frac{\partial \eta}{\partial R} = 0$ の場合、砂粒子の運動方向は河床付近の流向と一致し、また安定勾配に近づけば安定勾配の式を与える。つまり、砂粒子の運動方向は横断形状の変化に伴って変化し、この変化の把握が河床変動の力学的解明につながると思われる。河床付近の流れがわかれば(4)式によって砂粒子の運動方向が具体的に求められる。

二次流の速度分布式として(5)式を、又主流の速度分布式として対数則を用いる。

$$\frac{U_r}{U_a} = f^2 \left(\frac{R}{R_s} \right) \frac{H}{R} \frac{1}{\kappa} F(\xi) = f^2 \left(\frac{R}{R_s} \right) \frac{H}{R} \frac{1}{\kappa} \left\{ F_A(\xi) - \frac{1}{\kappa} F_B(\xi) \right\} \quad (5)$$

$$\frac{U}{U_a} = A_r + \frac{1}{\kappa} \log \frac{z}{R_s}$$

ここに、 $F_A(\xi) = -15 \left(\frac{1}{2} \log \xi - \frac{1}{2} \xi + \frac{17}{54} \right)$, $F_B(\xi) = -\frac{15}{2} \log \xi + \frac{1}{2} \log \xi + \frac{17}{54}$, $\xi = \frac{z}{H}$, U_a :断面平均流速、 U_{*a} :平均摩擦速度、 f :横断方向の流速を表わし平均すれば1となる係数、二次流が完全に発達した領域では強制渦型になることが明らかにされている。つまり $H \left(\frac{R}{R_s} \right) = \frac{R}{R_s}$ である。 R_s :深さ方向の平均流速が U_a となる R の値、 R_s :相当粗度。

両式によって河床付近の流向を求め、(4)式に代入すると次式で示される砂粒子の運動方向がえられる。

$$\frac{|\hat{V}_{s1}|}{|V_s|} = -f_0 \frac{U_a}{A_r U_a} \frac{H}{R} \frac{1}{\kappa} F(0) - \frac{\frac{R_s}{R} \frac{\partial \eta}{\partial R}}{\sqrt{\frac{3C_d \mu}{4(1+C_L/C_d)} \left(\frac{R_s}{l_0} - 1 \right) g d}} \frac{\lambda_0 A_r U_a}{\lambda_0 A_r U_a}$$

U_a は Manning の式を用い次式で与えられる。

$$U_a = g^{\frac{1}{3}} n R R_s^{\frac{2}{3}} H^{\frac{2}{3}} U_a = H^{-\frac{1}{3}} H_s^{\frac{2}{3}} U_{a0}$$

f_0 は水路壁に近づくときとに近づく、水路中に近づくときは f_0 と一致するものである。 λ は遮蔽係数である。

3. 河床変動を表わす基礎方程式

④ 方向に変化しない様な弯曲水路での流砂の連続の式は円筒座標系で次のように書ける。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{1}{1-\lambda} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R g_r) = 0 \quad (6)$$

ここに t : 時間, λ : 空隙率, g_r : R 方向の流砂量 (R の正の方向と正とする)

砂粒子の運動方向の流砂量を g_r , ④ 方向の流砂量を g_θ とすると, $g_r \approx g_\theta$ となる。流砂量式として佐藤-吉川-芦田の式を用いると,

$$g_r = - \left\{ f_0 \frac{U_a H}{A_u U_m R_c} F(\zeta) - \sqrt{\frac{3 G_0 H}{4(1+\lambda^2 G_0)} \frac{\lambda_0 A_u U_m}{(R_c/p - 1) g_d}} \right\} \frac{\varphi}{(p-1) g} G \left(\frac{r}{R_c} \right) U_m^2$$

上式を (6) 式に代入して整理すると、河床変動を表わす基礎方程式として次式をえる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{1}{1-\lambda} \left(\frac{H}{H_a} \right)^{\frac{1}{2}} f_0 \frac{U_a H}{A_u U_m R_c} F(\zeta) \left(\frac{G_0}{R} + \frac{G}{r} \right) \left(\frac{R}{R_c} \right)^2 \varphi \left(\frac{r}{R_c} \right) \frac{U_m^3}{(p-1) g}$$

$$+ \frac{1}{1-\lambda} \left(\frac{H}{H_a} \right)^{\frac{1}{2}} \left\{ f_0 \frac{U_a H}{A_u U_m R_c} F(\zeta) \left(\frac{G_0}{R} - \frac{G}{r} \right) \right\}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{3 G_0 H}{4(1+\lambda^2 G_0)} \frac{\lambda_0 A_u U_m}{(R_c/p - 1) g_d}}} \cdot \left\{ \frac{G_0}{R} + \frac{1}{6} H \left(\frac{G}{r} - \frac{\partial \eta}{\partial R} \right) \right\} \left(\frac{R}{R_c} \right)^2 \varphi \left(\frac{r}{R_c} \right) \frac{U_m^3}{(p-1) g} \frac{\partial \eta}{\partial R}$$

$$- \frac{1}{1-\lambda} \left(\frac{H}{H_a} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{G}{\sqrt{\frac{3 G_0 H}{4(1+\lambda^2 G_0)} \frac{\lambda_0 A_u U_m}{(R_c/p - 1) g_d}}} \left(\frac{R}{R_c} \right)^2 \varphi \left(\frac{r}{R_c} \right) \frac{U_m^3}{(p-1) g} \frac{\partial^2 \eta}{\partial R^2} = 0 \quad (7)$$

ここに, $G_0 = \frac{\partial G}{\partial U_m} U_m + 3 G$ である。

掃流力が大きく、水路中心の曲率半径 R_c と R_0 の比が 1 に近い場合、(7) 式を無次元化すると次式をえる。

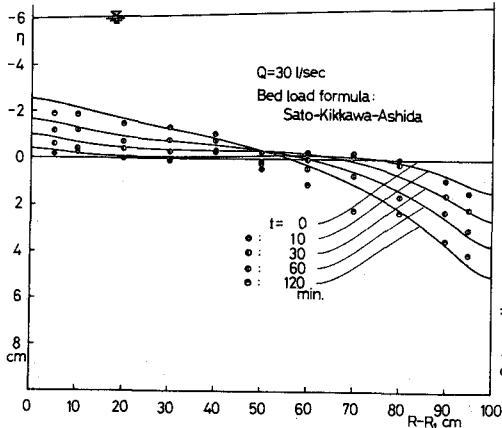


図2 時間的河床変動

$$\frac{\partial \left(\frac{\eta}{H_a} \right)}{\partial t} = - \left(1 + \frac{\eta}{H_a} \right)^{\frac{1}{2}} A W \left(1 + \frac{\eta}{H_a} \right) \left(\frac{3 W}{1 + W \zeta} + \frac{\partial \eta}{\partial \zeta} \right) (1 + W \zeta)^2$$

$$- \left(1 + \frac{\eta}{H_a} \right)^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{2}{3} A W + \frac{3 W}{1 + W \zeta} + \frac{1}{3} \left(1 + \frac{\eta}{H_a} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\partial \left(\frac{\eta}{H_a} \right)}{\partial \zeta} \right\} (1 + W \zeta)^2 \frac{\partial \left(\frac{\eta}{H_a} \right)}{\partial \zeta}$$

$$+ \left(1 + \frac{\eta}{H_a} \right)^{\frac{1}{2}} (1 + W \zeta)^2 \frac{\partial^2 \left(\frac{\eta}{H_a} \right)}{\partial \zeta^2} \quad (8)$$

$$\text{ここに } A = - \sqrt{\frac{3 G_0 H}{4(1+\lambda^2 G_0)}} \frac{\lambda_0 U_a}{\sqrt{(R_c/p - 1) g_d}} \frac{1}{K} F(\zeta), W = \frac{B}{R_c}, \zeta = \frac{r}{B}$$

$$t' = \frac{g_{0a} t}{\sqrt{\frac{3 G_0 H}{4(1+\lambda^2 G_0)} \frac{\lambda_0 A_u U_m}{(R_c/p - 1) g_d}} B^2}$$

g_{0a} : 断面平均④ 方向流砂量, B : 水路幅, r : 水路中心を原点とする水路幅方向の座標。

(7) 式の数値解を求め、実験値と比較したのが図2である。ここでは数値計算と実験の詳細は文献(3)にゆずる。また図3は(8)式の数値解を求め、最大洗掘深の時間的变化の1例を示したものである。

4. 結論

河床変動に伴う砂粒子の運動方向の変化が弯曲水路での河床変動の力学的機構の核心であると考え、河床変動を表わす基礎方程式を導いた。実験値と比較し、よく対応していることを示した。方程式を無次元化して数値解を求め、最大洗掘深の時間的变化の1例を示した。

参考文献

- (1) 池田隆行: 移動床河川の弯曲部における二次流と動的平衡河床について, JSCE No.29
- (2) 吉川秀夫他: 弯曲流路での時間的河床変動について, 第2回関東支部年報
- (3) 吉川秀夫他: 弯曲水路における河床変動について, 東工大土木科学研究報告集 No.17

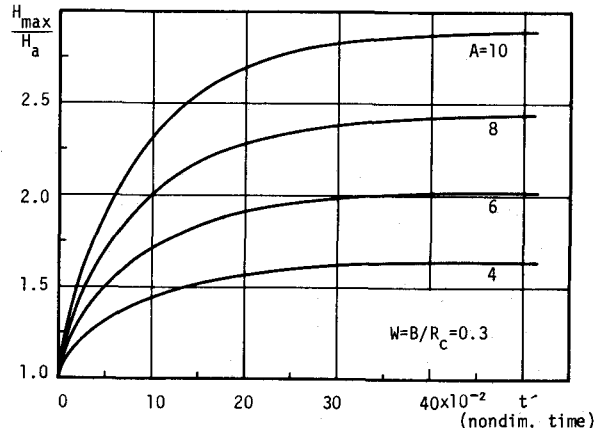


図3 最大洗掘深の時間的变化