

神戸大学工学部 正員 松梨順三郎

日本国有鉄道 正員 坂田 英洋

1. はじめに 筆者らは先に確率モデルを用いて流砂現象の表現を試みた¹⁾。本研究では、その確率モデルを用いて洪水流における流砂の非定常性を表現するモデルを提案し、若干の計算例を示してこのモデルを検討する。

2. 基礎方程式 流砂をふくむ洪水流の基礎方程式は K.S. Sakhan によってつぎのように与えられている²⁾。

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + g \frac{\partial}{\partial x} (h_c A) + gA \left(-i_0 + \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + gAS_f = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (CA) + \frac{\partial}{\partial x} (CQ) = \frac{\partial}{\partial x} (G_{cx} A \frac{\partial C}{\partial x}) - \frac{\partial}{\partial x} (Q_B) \quad (3)$$

$$\bar{C}|_{y=\eta} T \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (Q_B) + \frac{\partial}{\partial x} (Q_{BS}) = 0 \quad (4)$$

式(1)は水の連続の式で、 A は流水断面積、 Q は流量である。式(2)は水の運動の式で、 h_c は水面から流水断面の図心までの距離、 i_0 は平均河床勾配、 η は河床変動量、 S_f は摩擦勾配である。式(3)は浮遊砂の拡散式で、 C は浮遊砂の濃度、 G_{cx} は移流分散係数、 Q_B は掃流砂量である。式(4)は河床変動を表わす式で、 $\bar{C}|_{y=\eta}$ は河床で静止している砂の濃度、 T は川幅、 Q_{BS} は河床で静止している砂と浮遊砂の交換量である。本研究でもこれらを基礎方程式とした。

3. Q_B , Q_{BS} の算定 掃流砂量 Q_B および河床と浮遊砂との交換量 Q_{BS} は、流砂の各状態間の相互関係を適切に表現するため、筆者らが先に提案した確率モデルを用いて算定する¹⁾。流砂は、浮遊④、掃流⑤、静止⑥の三つの状態にあるものとする。

$$Q_B(x, t) = Bd \left\{ C_A(x, t-\Delta t) \psi_{AB}(x, t-\frac{1}{2}\Delta t) P_{AB}(x, t-\frac{1}{2}\Delta t) + C_B(x, t-\Delta t) \psi_{BB}(x, t-\frac{1}{2}\Delta t) P_{BB}(x, t-\frac{1}{2}\Delta t) \right. \\ \left. + C_C(x, t-\Delta t) \psi_{CB}(x, t-\frac{1}{2}\Delta t) P_{CB}(x, t-\frac{1}{2}\Delta t) - C_B(x, t-\Delta t) \psi_{BA}(x, t-\frac{1}{2}\Delta t) P_{BA}(x, t-\frac{1}{2}\Delta t) \right. \\ \left. - C_B(x, t-\Delta t) \psi_{BC}(x, t-\frac{1}{2}\Delta t) P_{BC}(x, t-\frac{1}{2}\Delta t) \right\} \quad (5)$$

$$Q_{BS}(x, t) = Bd \left\{ C_A(x, t-\Delta t) \psi_{AC}(x, t-\frac{1}{2}\Delta t) P_{AC}(x, t-\frac{1}{2}\Delta t) - C_C(x, t-\Delta t) \psi_{CA}(x, t-\frac{1}{2}\Delta t) P_{CA}(x, t-\frac{1}{2}\Delta t) \right\} \quad (6)$$

ここに、 C_B は掃流砂の濃度で式によって算定されるものとする。

$$C_B(x, t) = C_A(x, t-\Delta t) P_{AB}(x, t-\frac{1}{2}\Delta t) + C_B(x, t-\Delta t) P_{BB}(x, t-\frac{1}{2}\Delta t) + C_C(x, t-\Delta t) P_{CB}(x, t-\frac{1}{2}\Delta t) \\ - C_B(x, t-\Delta t) P_{BA}(x, t-\frac{1}{2}\Delta t) - C_B(x, t-\Delta t) P_{BC}(x, t-\frac{1}{2}\Delta t) \quad (7)$$

式(5)(6)(7)において、 P_{ij} ($i=A, B, C, j=A, B, C$) は i の状態から j の状態へ砂が遷移する確率であり、 ψ_{ij} はその時の遷移強度である。 B は砂輸送に有効な川底幅、 C_A は浮遊砂の濃度であり、式(3)によって得られる。 C_C は河床で静止している砂の濃度である。

式(1)~(7)の関係を表現すると図-1のようになる。

4. 計算例とその考察 基礎方程式を次のように差分化する。

$$A_j^{n+1} = \frac{1}{2} (A_{j+1}^n + A_{j-1}^n) - \frac{\Delta t}{2} (Q_j^n - Q_{j-1}^n) \quad (8)$$

$$Q_j^{n+1} = \frac{1}{2} (Q_{j+1}^n + Q_{j-1}^n) - \frac{\Delta t}{2} \left\{ \left(\frac{Q^2}{A} + g h_c A \right)_{j+1}^n - \left(\frac{Q^2}{A} + g h_c A \right)_{j-1}^n \right\} - \frac{\Delta t}{2} \frac{A_{j+1}^n + A_{j-1}^n}{2} (\eta_j^n - \eta_{j-1}^n) + g i_0 \frac{A_{j+1}^n + A_{j-1}^n}{2} \Delta t \\ - \frac{g}{2} (A_{j+1}^n + A_{j-1}^n) \left(\frac{1}{2} (S_{f,j+1}^n + S_{f,j-1}^n) \Delta t \right) \quad (9)$$

$$(CA)_j^{n+1} = \frac{1}{2} \{ (CA)_{j+1}^n + (CA)_{j-1}^n \} - \frac{\Delta t}{2} \{ (CQ)_{j+1}^n - (CQ)_{j-1}^n \} + \frac{\Delta t}{2} \left\{ \frac{1}{2} \{ (G_{cx} A)_{j+1}^n + (G_{cx} A)_j^n \} \cdot (C_{j+1}^n - C_j^n) \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \{ (G_{cx} A)_j^n + (G_{cx} A)_{j-1}^n \} \cdot (C_j^n - C_{j-1}^n) \right\} - \frac{\Delta t}{2} (Q_{B,j+1}^{n+1} - Q_{B,j-1}^{n+1}) \quad (10)$$

$$(\bar{C}|_{y=\eta} T \cdot \eta)_j^{n+1} = \frac{1}{2} \{ (\bar{C}|_{y=\eta} T \cdot \eta)_{j+1}^n + (\bar{C}|_{y=\eta} T \cdot \eta)_{j-1}^n \} - \frac{\Delta t}{2} (Q_{B,j+1}^{n+1} - Q_{B,j-1}^{n+1} + Q_{BS,j+1}^{n+1} - Q_{BS,j-1}^{n+1}) \quad (11)$$

ここで、 n は時間方向格子点、 j は x 方向格子点で、 $\Delta x = 4\frac{1}{2}m$ である。式(8)~(11)を概念的に示すと図-2のようになる。

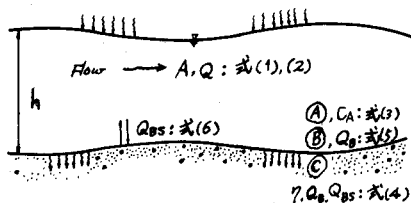


図-1 基礎方程式

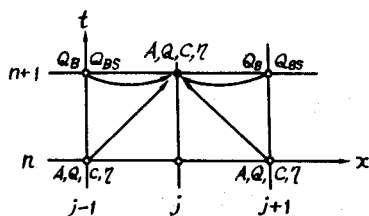


図-2 差分スキーム

今、川幅50m、粗度係数 $n=0.02$ 、砂の平均粒径 $D=0.5mm$ 、砂の空隙率 $k=0.45$ 、 $i_0=0.00082$ 、 $G_{ex}=5.93 \text{ t/h}$ とする。境界条件として、上流端において図-3のハイドログラフと図-5の浮遊砂量 Q_B を与え、1500mの正間で計算を行なった。図-3、図-4、図-5、図-6はその時の上流端および下流端における流量 Q 、平均流速 U 、浮遊砂量 Q_B 、掃流砂量 Q_{BS} の時間的变化を示したものである。洪水波の伝播と共に浮遊砂量、掃流砂量のピークも下流へ伝播していく様子が観察される。浮遊砂量が他の量に比べて大きく平滑化されているのは移流分散による効果と考えられる。また、図-7は河床において静止していた砂粒子が掃流状態に遷移する確率 P_B の全断面における時間的变化を示したものである。洪水流の伝播と共に遷移確率 P_B が各断面において最大となり、漸次小さくなる。いくつか現象が明らかに示されている。河床変動量 Z についても計算したが定性的には他の研究と一致している³⁾。しかし定量的にはその大きさが小さく問題があるように思われる。

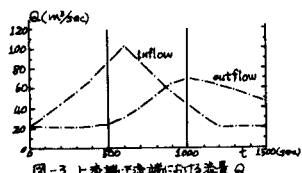


図-3 上流端・下流端における流量 Q

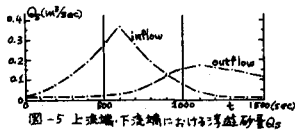


図-5 上流端・下流端における浮遊砂量 Q_B

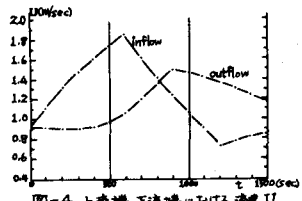


図-4 上流端・下流端における流速 U

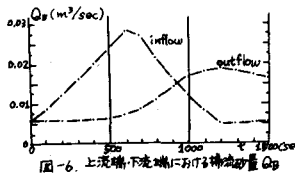


図-6 上流端・下流端における掃流砂量 Q_{BS}

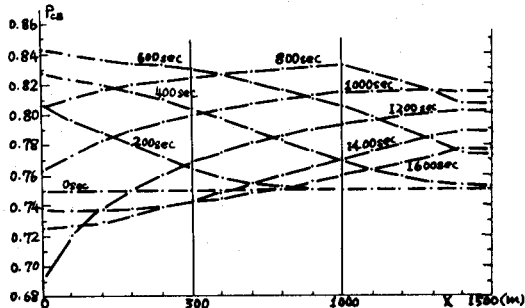


図-7 遷移確率 P_B の変化($D_{mean}=0.5mm$)

5. 結論 ここで述べた確率モデルを用いると、各状態間の流砂の相互関係がうまく表現できる。また、これを用いたモデルにより洪水流における非定常性をもある程度表現できることを示した。ピークの時間的位置が式(5)、(6)、(7)のモデルの設定に依存すること、およびその定量的な問題については今後さらに検討が必要である。

参考文献

- (1) 松梨順三郎・坂田英孝：確率モデルによる流砂現象の一考察，昭和50年度土木学会関西支部年次講演会集
- (2) Sahkan, K.S.: "Simulation of the dynamics of erodible bed", Dissertation for Degree, Doctor of Philosophy, Civil Engineering, Utah State University, Logan, Utah, 1972.
- (3) 松梨順三郎・久保幸男・島田博仁：特性曲線法による河床変動計算について，昭和49年度土木学会関西支部年次講演会講演概要集