

II-144 平衡状態にある2次元 Sand Wavesの形状について

東京工業大学 正員 吉川 秀夫
同 学生員 石川 忠晴

1. はじめに

Sand Wavesが充分発達するとあまり変形せずに伝播するようになる。すなわち、流れ、流砂量、形状の間にほぼ平衡な関係が成り立つと考えられる。そこで平衡状態にあるSand Wavesが満足しなければならぬ条件について以下の考察をおこなった。

2. 形状とセリ断力分布について

Sand Wavesの伝播速度が流速に較べて遅いことから各時点での流れを準定常状態とみなせば、河床形状と河床材料から流れは決まる。次にこの流れから流砂量が決まりそのアンバランスから河床が変形するが、その結果Sand Wavesが形を変えずに移動するならばそのSand Wavesは平衡状態にあって安定であると言える。

流砂が掃流状態にある場合を考えれば流砂の連続条件から次式が求まる。

$$q_B = (1-\lambda) \cdot C \cdot y \quad (1)$$

y : reattachment pointからの河床高
 q_B : 流砂量, λ : 空隙率, C : 伝播速度

掃流砂量を次式で近似する。

$$q_B = \alpha \cdot \tau_o^n \quad (2)$$

τ_o : その点での底面セリ断力, α : 比例係数

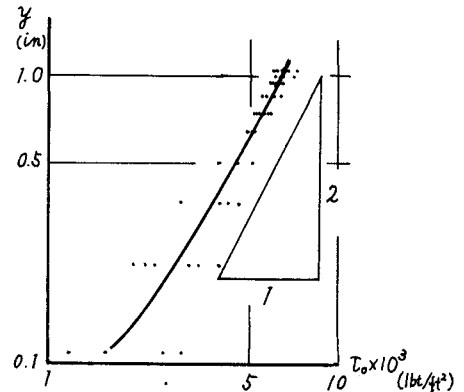


図1 y と τ_o の関係 (Raudkiviの実験より)

(1), (2)より次の関係が求まる。

$$y = \frac{\alpha}{(1-\lambda) \cdot C} \tau_o^n \quad (3)$$

図1はRaudkivi⁽⁷⁾の実験結果を y と τ_o について整理したものであるが、 n は2となっている。

$$n = 2 \quad (4)$$

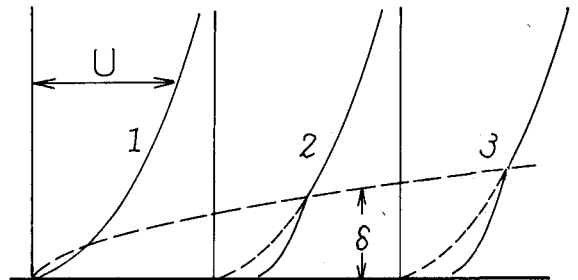


図2 内部境界層の発達と速度分布の変化 (1)

(7) Raudkivi; Loose Boundary Hydraulics

3. 内部境界層の発達とせん断力の変化

reattachment pointからは内部境界層が発達しており、底面せん断力の変化はこれに支配されていると考えられる。流れは剥離流線上で強いせん断を受けかつ広がる為に、reattachment point 付近では速度分布は極端にやせた形になっている。底面の粗度によるせん断は剥離流線上のそれに較べて小さいので、これに見合った速度分布はより一様分布に近いはずである。したがって内部境界層の発達に伴う速度分布の変化は図3のようになると考えられる。

inner law が成立するとして境界層内で対数則分布に従うとすれば図3のようになり、これからではゼロから徐々に増加してある値に漸近してゆくことがわかる。

Bradshaw & Wong⁽²⁾は段落ち背後の reattachment point からの境界層内のせん断力を風洞で測定している。(図4)

Bradshaw らの実験では段落ち量 2.5cm, 風洞高さ 12.5cm で Raudkivi の Sand Waves (波高 2.6cm, 水深 14cm) とほぼ同じ大きさであり、reattachment point の位置もほとんど同じである。そこでこの二つの結果を重ねたのが図5である。ただしクレスト上で一致するように縦軸のスケールを調節し形を比較している。これから境界層内のせん断力の変化と Sand Waves の形状とがほぼ相似形をしていることがわかる。(すなわち (3), (4) の関係を満たしている。)

図6はアインシュタインの掃流砂量数で図中の直線が(2)式で $n=2$ としたものである。アインシュタインは砂粒にかかる平均的なせん断力として(2)式を用いており、(2)式の局所的なせん断力と多少意味が異なるが、流砂量との間には同じような関係が成り立っている。

4. まとめ

Sand Waves の高さは各点での底面せん断力の2乗に比例する。ただしこのせん断力は平均流速やエネルギー勾配から求められるものではなく、内部境界層の発達に支配されている。

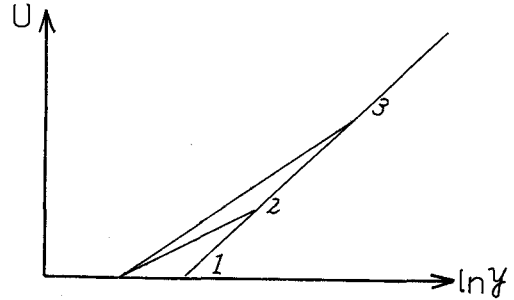


図3 内部境界層の発達と速度分布の変化 (2)

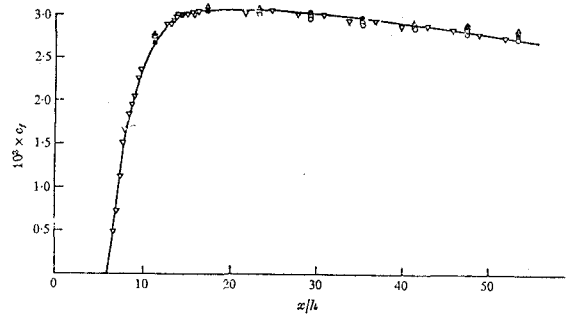


図4 内部境界層内の底面せん断力の変化 (Bradshaw)

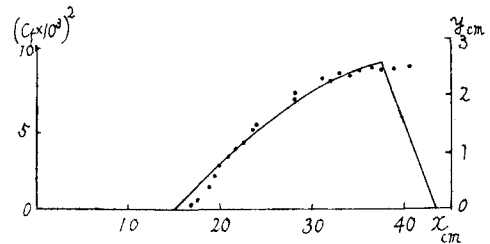


図5 底面せん断力と Sand Waves の形状

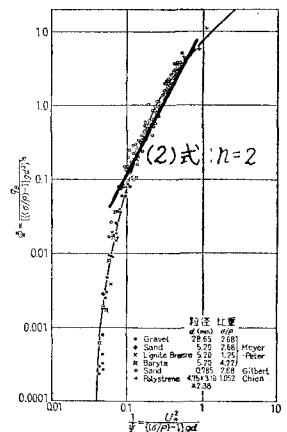


図6 掃流砂量数 (応用水理学より) →

(2) Bradshaw & Wong; The reattachment and relaxation of a turbulent shear layer, J.F.M., 1972