II-129　分岐合流水路に於ける段波について（1）

東洋大学　正会員　本間　仁
〃　〃　荻原国宏
○〃　〃　樋井吉孝

用水路を伝わる段波の挙動を解明しておく事は、例えば、デルタ地帯に於ける用水路網計画等に於いて有用な指針を与える。現在迄種々色々な研究がなされてきている。そこで、我々は分岐・合流により段波が如何に変化するか、水理的挙動についての研究に着手した。先ず、ここでは分岐水路で上流側水位(H_i)を与えてその波高・波速の変化を式に表わして計算した結果を示す。尚、以下に示す様に、断るまでもなく目新しい方法ではなく、全く基本的な式の組み合わせによる解析式である事を附記しておく。

1. 解析式

点線で囲んだ領域を検査面にとり、1より矢印方向に段波が移動する場合の式をたてる。矩形断面を仮定。

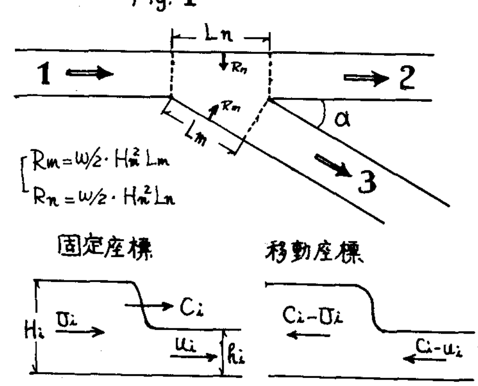
I］ H_m, H_n を下流側水位で表わした場合。

即ち、　$H_m = H_3,\ H_n = H_2$

II］ $H_m = (H_1 + H_3)/2,\ H_n = (H_1 + H_2)/2$ で表した場合

について考える。

Fig. 1



h_i：段波前面水位　　H_i：段波背面水位

u_i：段波前面流速　　U_i：段波背面流速

C_i　段波 波速

I］

1. 連続式　$H_1U_1 = H_2U_2 + H_3U_3$　------(1)

2. 運動量の式

2.1　x方向

$$\frac{w}{2}B(H_1^2 - H_2^2 - H_3^2\cos\alpha) + R_{mx} = \rho Q_2U_2 + \rho Q_3U_3\cos\alpha - \rho Q_1U_1 \quad \text{-----(2)}$$

2.2　y方向

$$\frac{w}{2}(-H_3^2\sin\alpha) + R_n - R_{my} = \rho Q_3U_3\sin\alpha \quad \text{---(3)}$$

Rの値を(2),(3)に代入すると、

(2)は

$$\frac{w}{2}(H_1^2 - H_2^2) = \rho H_2U_2^2 + \rho H_3U_3^2\cos\alpha - \rho H_1U_1^2 \quad \text{------(2)'}$$

(3)は

$$H_3U_3^2\sin\alpha = \frac{g}{2\sin\alpha}\cdot(H_2^2 - H_3^2) \quad \text{-----(3)'}$$

3. 次に各水路に於ける段波の式は

3.1.　2水路で

$$(C_2 - U_2)H_2 = (C_2 - u_2)h_2 \quad \text{-----(4)}$$

$$\frac{w}{2}(h_2^2 - H_2^2) = \rho H_2(C_2 - u_2)(u_2 - U_2) \quad \text{---(5)}$$

3.2.　3水路で

$$(C_3 - U_3)H_3 = (C_3 - u_3)h_3 \quad \text{---(6)}$$

$$\frac{w}{2}(h_3^2 - H_3^2) = \rho H_3(C_3 - u_3)(u_3 - U_3) \quad (7)$$

以上の(1)〜(7)で

未知量　$U_1, H_2, H_3, U_2, U_3, C_2, C_3$

既知量　H_1, h_2, h_3, u_2, u_3

4. 今、簡単の為、$h_2 = h_3 = h,\ u_2 = u_3 = 0$ とすると

(4)から

$$C_2 = \frac{U_2H_2}{H_2 - h} \quad \text{----(8)}$$

(5)に代入すると

$$\frac{w}{2}(h^2 - H_2^2) = -\rho H_2U_2\frac{U_2H_2}{H_2 - h} \quad (9)$$

(6)から $C_3 = \dfrac{\upsilon_3 H_3}{H_3 - h}$ ·····(10)

(7)に代入すると $\dfrac{\omega}{2}(h^2 - H_3^2) = -\rho h \upsilon_3 \dfrac{\upsilon_3 H_3}{H_3 - h}$ ···(11)

(1)(9),(11)を(2)',(3)'に代入して整理すると.

(3)'は

$$\frac{\sin^2\alpha}{h} H_3^3 + \cos^2\alpha \cdot H_3^2 - h \sin^2\alpha \cdot H_3 + (h^2 \sin^2\alpha - H_2^2) = 0 \quad \cdots\cdots(12)$$

(2)'は

$$\begin{aligned} & h H_1^3 + (h H_3^2 \cos\alpha + h^2 H_3 \cos\alpha + h^2 H_2 - h^3 \cos\alpha \\ & - H_2^3 - H_3^3 \cos\alpha - h^3) H_1 + (H_3 + H_2) h^3 \\ & - (H_2^2 + H_3^2) h^2 - (H_2^3 + H_3^3) h + (H_2^4 + H_3^4) \\ & + 2(H_2 - h)(H_3 - h)\sqrt{H_2 H_3 (H_2 + h)(H_3 + h)} \\ & = 0 \end{aligned} \quad \cdots\cdots(13)$$

II]

運動量の式にI]との違いがでるが.同様な方法で整理して行くと.

$$\begin{aligned} & \frac{\sin^2\alpha}{2h} H_3^3 + \cos^2\alpha \cdot H_3^2 + (2H_1 \cos^2\alpha - 4h \sin^2\alpha) H_3 \\ & + \{4h^2 \sin^2\alpha - H_1^2 \sin^2\alpha - (2H_1 H_2 + H_2^2)\} = 0 \end{aligned} \quad \cdots\cdots(14)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{3}{8} H_3^2 \cos\alpha + \frac{H_1}{4} \cos\alpha \cdot H_3 + \frac{H_1^2}{8}(\cos\alpha + 4) - \frac{H_2^2}{2} \\ & = \frac{1}{2h}(H_3 - h)^2 (H_3 + h)\left(\cos\alpha - \frac{H_3}{H_1}\right) \\ & \quad + \frac{1}{2h}(H_2 - h)^2 (H_2 + h)\left(1 - \frac{H_2}{H_1}\right) \\ & \quad - \frac{1}{h H_1}(H_2 - h)(H_3 - h)\sqrt{H_2 H_3 (H_2 + h)(H_3 + h)} \end{aligned} \quad \cdots\cdots(15)$$

以上の(12),(13),(14),(15)を $\varsigma = H_1/h$, $\xi = H_2/h$, $\eta = H_3/h$ を使って無次元表示すると.

(12)は

$$\sin^2\alpha \cdot \eta^3 + \cos^2\alpha \cdot \eta^2 - \sin^2\alpha \cdot \eta + \sin^2\alpha - \xi^2 = 0 \quad \cdots(16)$$

(13)は

$$\begin{aligned} & \varsigma^3 - \{\xi^2 + (\xi - 1)^2(\xi + 1) + (\eta - 1)^2(\eta + 1)\cos\alpha\} \underset{+\xi^2}{\varsigma} \\ & + (\xi - 1)^2(\xi + 1)\xi + (\eta - 1)^2(\eta + 1)\eta \\ & + 2(\xi - 1)(\eta - 1)\sqrt{\xi \eta (\xi + 1)(\eta + 1)} \\ & = 0 \end{aligned} \quad \cdots\cdots(17)$$

(14)は

$$\begin{aligned} & 4\sin^2\alpha \cdot \eta^3 + \cos^2\alpha \cdot \eta^2 + (2\cos^2\alpha \cdot \varsigma - 4\sin^2\alpha)\eta \\ & + 4\sin^2\alpha - \sin^2\alpha \cdot \varsigma^2 - 2\xi\varsigma - \xi^2 = 0 \end{aligned} \quad \cdots(18)$$

(15)は

$$\begin{aligned} & -3\cos\alpha \cdot \eta^2 + 2\cos\alpha \cdot \varsigma \cdot \eta + (\cos\alpha + 4)\varsigma^2 - 4\xi^2 \\ & = 4(\eta - 1)^2(\eta + 1)\left(\cos\alpha - \frac{\eta}{\varsigma}\right) + 4(\xi - 1)^2(\xi + 1)\left(1 - \frac{\xi}{\varsigma}\right) \\ & \quad - \frac{8(\xi - 1)(\eta - 1)}{\varsigma}\sqrt{\xi \eta (\xi + 1)(\eta + 1)} \end{aligned} \quad \cdots\cdots(19)$$

2. 数値計算

(16)～(19)式を使って行った数値計算の結果を以下に示す。尚、$\varsigma = \xi = \eta = 1.0$ は解として当然でてくるが表から省略した。上段がI]で.下段がII]で求めた値を示している。

Tab.1. 数値計算

ς	30°		60°		90°		135°	
	ξ	η	ξ	η	ξ	η	ξ	η
2.00	2.20	2.24	2.50	2.53	2.65	2.66	2.35	2.19
	***	***	***	***	***	***	1.38	1.47
3.00	3.60	5.05	4.60	6.47	5.00	6.99	4.10	5.35
	1.02	1.34	1.17	1.67	1.34	1.76	1.82	1.87
4.00	5.25	10.9	7.05	13.3	7.80	14.4	6.20	11.6
	2.26	2.11	2.22	2.22	2.28	2.23	***	***
5.00	7.00	26.6	9.85	29.0	20.0	30.3	8.55	27.3
	***	***	***	***	3.14	2.63	3.20	2.73

*** : 解ナシ

上表より

1) I]の方法では、$\eta > \xi > \varsigma$、即ち、$H_3 > H_2 > H_1$ となり、正段波現象を表現しようという目論みに反する。 ちなみに、Froude数は、2水路では $\varsigma = 3.0$、3水路では $\varsigma = 4.0$ 以上で1.0以上の値を示す様になる。

2) II]では***で示した様に ς の区切りの良い数値では解がでない場合もあり、$\varsigma > \xi$, $\varsigma > \eta$ を示していう事だけは判る。

未だ、実験を行っている最中で、実験値との比較ができないのではっきりした事は言えないが運動量方程式に形状抵抗項、例えば、$C\dfrac{\rho A \upsilon^2}{2}$ の様な項を入れたなら、実際現象に相似した値がでると思われる。