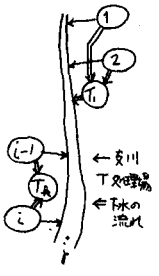
II-119　水質環境からみた水資源の支流域配分モデルについて

(株)日本水道コンサルタント　正員・萩原良巳
〃　〃　中川芳一
(株)日本情報サービス　辻本善博

1. はじめに；従来の水資源の地域配分は、産業などに代表される人間活動の（主として経済学的な意味での）最適化の結果を与件として行なわれてきたようである。しかしながら本稿では、河川水質環境を意識した水資源の地域配分を、下水道整備率の年次変化を政策パラメータとして扱うことにより、"いつ、どの地域に、どれくらい"するのが好ましいかを考察する。

2. モデルの定式化；図-1に示すような、本川にいくつかの支川が流入しており、1支川に1つの地区が対応している流域を考察の対象とする。また流域内には何ヶ所か下水処理場が存在し、1個の処理場には1地区以上の負荷が取入れられているものとする。このとき、計画作成の安全側より河川の自浄作用を無視すれば、j点の負荷量ならびに流量の年次変化は、

図-1



$$\frac{dx_j}{dt}=\frac{dL_j(t)}{dt}=\sum_i{}''\left\{h_i(t)\frac{dA_i(t)}{dt}+A_i(t)\frac{dh_i(t)}{dt}\right\}+\sum_k{}''e_k(t)\sum_i{}'\left\{u_{i,t}^{a}\frac{dA_i(t)}{dt}+A_i(t)\frac{du_{i,t}^{a}}{dt}\right\}+\sum_k{}''\frac{dg_k(t)}{dt}\sum_i{}'A_i(t)u_{i,t}^{a}+\frac{dg_i(t)}{dt}\quad(1)$$

$$\frac{dx_{j+1}}{dt}=\frac{dQ_j(t)}{dt}=\sum_i{}''\left\{c_i(t)\frac{dA_i(t)}{dt}+A_i(t)\frac{dC_i(t)}{dt}\right\}+\sum_i{}'\left\{u_{i,t}^{a}\frac{dA_i(t)}{dt}+A_i(t)\frac{du_{i,t}^{a}}{dt}\right\}\quad(2)$$

となる。[1][2][3]　ただし、$h_i(t)=(1-u_{i,t}^{w})\omega_i(t)(1-u_{i,t}^{a})$, $C_i(t)=\lambda_i(1-u_{i,t}^{a})$ で、$\sum_i{}'$は下処理場に取入れられる地区に関する総和、$\sum_i{}''$, $\sum_k{}''$はj点よりも上流に位置する地区と、処理場k に関する総和を表わすものとする。ここでのわれわれの目的は地域水配分で、これは(1)(2)式の $\theta_i=dA_i(t)/dt$ を決定（操作）変数とみればよい。したがって(1)(2)式は一般的に $x(0)=x^0$ を初期値とするつぎの式のように書ける。

$$dx/dt=f(x,\theta)=f(\theta),\quad(3)$$

また、操作変数にかかる制約条件として、たとえば、α_i, β を与件として

$$0\le\theta_i(t)\le\alpha_i,\qquad\sum_i\theta_i(t)\le\beta\quad(4)$$

が考えられる。第1式は、地区iの水資源配分量の上下限を決め、第2式は、全流域の水資源量の増加が新規水資源の開発量以下というように考えてもよい。つぎに評価式であるが、水質環境を意識し、すなわち、河川における負荷量を最小化し、さらに人口増の大なる地区へ水を沢山配分すれば、それだけ水環境へのインパクトが大きくなる（下水処理効率は100%以下だから）のでこれを避けると考えれば次式が考案される。

$$J=\int_0^T\frac{1}{x_j(t)}\sum_i\frac{\theta_i(t)}{\Delta PoP_i(t)}\,dt\to\max.\quad(6)$$

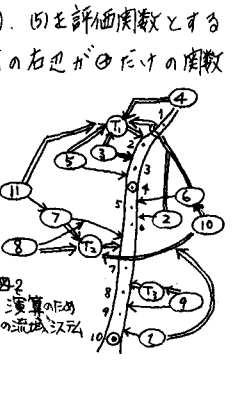
ここで $x_j(t)$ のjは本川の最下流での負荷量で、河川の自浄作用を考えていないから、本流全体を代表すると考えることと等価である。こうして、われわれのモデルは(3)をシステム方程式とし、(4)を制約、(5)を評価関数とする制御プロセスとして定式化されたことになる。これの解法として最大原理が有効で、(3)式の右辺がθだけの関数であることから、LP構造を内に含み、解はBang-Bang制御となる。[4][5]

表-1　記号

L_j	j点での流下負荷量
Q_j	流下流量
$1-u_{i,t}^{w}$	市街地の流達率
ω_i	負荷強度(ppm)
A_i	和水量
$u_{i,t}^{a}$	下水道整備率
$g_i(t)$	市街地外からの自然流出負荷量
λ_i	流出率「質」
e_k	処理場の除去率
ΔPoP_i	人口増加量

3. 演算対象地域と入力データ；演算のための流域システムは図-2に示す11の地区と3つの処理場を有している。このとき、本川の4と10をチェックポイントとし、ここでの(3)式に該当するものをシステム方程式とし、$(1-u_{i,t}^{w})$, $\omega_i(t)$, $u_{i,t}^{a}$, $g_i(t)$, $e_k(t)$ を区分的に連続な定数とすれば、たとえば dL_4/dt は次式となる。

図-2　演算のための流域システム



$$\frac{dx_4(t)}{dt}=\frac{dL_4(t)}{dt}=f_4(\theta)=\sum_{i=1,4,5}{}''\left\{h_i(t)\theta_i(t)+A_i(t)\frac{dh_i(t)}{dt}\right\}+\sum_{i=2,\dots,6,11}{}'\left\{e_1(t)\left(u_{i,t}^{a}\theta_i(t)+A_i(t)\frac{du_{i,t}^{a}}{dt}\right)+\frac{de_1(t)}{dt}A_i(t)u_{i,t}^{a}\right\}$$
$$=\sum{}''h_i(t)\theta_i(t)+e_1(t)\sum{}'u_{i,t}^{a}\theta_i(t)\quad(7)$$

なお、被覆の都合上 $dx_2/dt=dL_4/dt$, $dx_3/dt=dQ_4/dt$, $dx_4/dt=dQ_{10}/dt$ は省略する。つぎに演算のための入力データは $t=20$ とし、$1-u_i^m(t)=0.8$, $\lambda_i=0.504$, $e_k(t)=20$ ppm, $X(0)=(x_1(0),\ldots,x_4(0))=(131.6\ g/秒,\ 296.41\ g/秒,\ 3.52\ m^3/秒,\ 7.70\ m^3/秒)$, $\alpha=(\alpha_1,\ldots,\alpha_n)=(2300, 1200, 4500, 1300, 1800, 1600, 700, 1000, 2400, 120, 1300\ m^3/日)$ で、さらに $\omega_i(t)$, $g_i(t)$, u_i^a は5年間定数とし、人口は流域により推定されているとする。ここで細かいデータを示すことは余り意味がないので、$\omega_i(0)$, $\omega_i(T)$, $g_i(0)$, $g_i(T)$, $P_i(0)$, $P_i(T)$ ($\Delta POP_i=P_i(t)-P_i(t-1)$) のみを示せばつぎのようになる。すなわち

$\omega(0)=(141, 91, 107, 215, 153, 138, 170, 155, 128, 178, 144)$ ppm, $g(0)=(9, 0, 7, 15, 39, 21, 44, 16, 2, 8, 37)$ g/秒, $P_i(0)=(4.5, 24, 6.5, 6.5, 5, 5.2, 0.4, 4)$ 万人

$\omega(T)=(130, 108, 126, 176, 119, 141, 178, 160, 142, 181, 130)$, $g(T)=(0.2, 0, 0, 0, 19, 7, 26, 4, 0, 0, 24)$, $P_i(T)=(12.9, 43, 9, 8, 10, 10, 9, 4, 0.7, 6)$

である。つぎに u_i^a は演算結果の表-2, 表-3に示すような政策パラメータとしている。

4. 演算結果とその考察; 演算結果は u_i^a をパラメータとして表-2, 表-3, 図-3に示す。ただし、

表-2 CASE1の結果

地区	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	θ_i m³/秒	$A_i(t)$
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1/5	0.0266	0.1637
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0.0134	0.1770
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.8520	0.9316
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0150	0.1940
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0.0208	0.1962
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0.0185	0.2034
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0.0091	0.2121
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0.0166	0.2135
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0.2278	0.3013
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0.0014	0.0158
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0.0150	0.3078
u_i^a	0.25				0.50				0.75				1.0								θ	2.5419
																					$A_i(T)$	3.7108

表-3 CASE2の結果

地区	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	$A_i(T)$
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1/5	0.2156
2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0.2574
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.9836
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2739
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0.4092
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0.4429
7	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0.3524
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0.3437
9	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0.5783
10	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0.6418
11	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0.5578
u_i^a	0.6				0.8				0.9				1.0								θ 4.1900

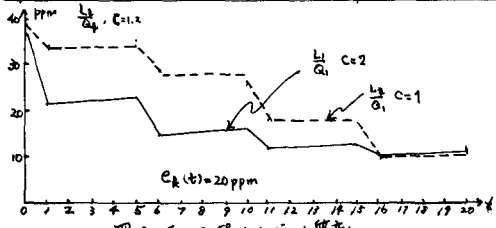


図-3 チェック・ポイント1での水質変化

図-3はチェック・ポイント1での水質変化のみを示してある。チェックポイント2でも同様の傾向を示し、ここでは省略する。

さて、CASE1の場合、第10地区を除いて最初の10年間水資源の配分を見合せ、つぎの5年間でも第9地区に配分するだけである。ところが下水道整備率が100%、換言すれば使用した水がすべて下水道に取入れ可能となれば、第3, 7地区以外のすべての地区で水資源を配分することが好ましくなる。なお、このとき全流域での水資源の増加量は1.1689 m³/秒である。CASE2に関しても、CASE1と同様に u_i^a に依存して θ_i の出現する地区が増大する。ただし、この場合の全流域の増加量は1.6481 m³/秒となり、CASE1の1.41倍となっている。以上のことから、つぎの3つの結論をうる。すなわち、(1)式のようなシステム方程式と(4)式のような制約条件、さらに(6)式のような評価関数を前提した場合、

(1) 下水道整備率の年次的パターンの差が流域全体での許容水資源配分量の総計に影響を与え、はじめの期間に大きな整備を行なえば、それだけ沢山の水資源の使用が許容され、これらの数値が定量的に把握できる。

(2) 下水道整備率がある程度のびなければ、新規の水資源の配分をさしひかえることがより合目的であり、水質環境保全型、人間活動のフレームを先に作成し、下水道にすべてしわよせするようなことは避けなければならない。この当然のことが表-2, 表-3をみれば明らかとなる。

(3) いつ、どこに、どれだけの水資源量を配分するかが定量的に把握でき、そのときの河川水質が視覚的に把握できる。

5. おわりに; 本稿は、ある1つの流域(複数であってもかまわない)に注目し、この流域の河川の水質環境を意識したときの支流域(地区)への水資源の配分問題を考察した。ここで水質環境を意識するとは、この流域の負荷量の体系へのインパクトを最小にするとも解釈できる。いずれにしても従来の地域計画がもとして交通など水を軽視した要素を組合わせて作成されてきたことに対する1つの批判的立場より出発し、本稿の原点は参考文献(1)での現行の下水道整備(投資)の予算の指摘の解決の一方向を指向している。

参考文献 1) 堤・萩原・中村; 土木学会第9回衛生工学研究討論会 (1973) 2) 萩原・萩原; 土木学会第11回衛生工学研究討論会 (1975) 3) 堤・萩原・高橋; 下水道協会誌 Vol. 12 No. 132 (1975), 4) ボルティンスキー; 最適制御の数学的方法, 総合図書 (1968) 5) Dixon; Non-linear Optimization, The English Univ. Press (1972), 6) 萩原・中川; 水環境からみた地域分析, 本会発表 (1975)