

広島大学 工学部 正員 金丸昭治
 広島大学 工学部 正員 三島隆明

1. はしがき

流域の保水量の限界あるいはその変化特性を明らかにし、その予測方法を確立することは流出問題を検討するうえで極めて重要なことである。本報告は研究の基礎的な一環として定常降雨による単純斜面内の飽和水面形状ならびに貯留量について理論的・実験的に検討した結果について述べたものである。

2. 基礎的考察

流域は均質等才性で上流端が非流出端になっている一定こう配を有する直線斜面であり、しかもこの斜面内の雨水流動はDarcy則にしたがう飽和一次元流であると単純モデル化すれば、一定降雨強度の降雨によって定常化した後の雨水流動の基礎方程式および貯留量を表わす無次元式はそれぞれ(1)式および(2)式のように表わされる。

$$H \frac{dH}{dX} - \lambda H + RX = 0 \quad (1)$$

$$S_2 = \int_0^1 H dX \quad (2)$$

ただし、式中の各無次元量は、

$$X = x/l, H = h/l, R = r/k, S_2 = \frac{S_2}{m_2 l^2} \quad (3)$$

であり、 x 、 l はそれぞれ上流端を原点として斜面流下方向に測った距離および斜面長、 h は斜面に直角上方向に測った水深、 λ は斜面こう配、 k は斜面内の代表透水係数、 m_2 は飽和水帯の有効空隙率、 r は降雨強度、 S_2 は飽和水帯における単位幅貯留量である。

(2)式で定義される貯留量 S_2 は(1)式を用いて表わすと

$$S_2 = \frac{1}{4\alpha} \left\{ R \int_0^1 X^2 dX + \int_{H_0}^{H_1} dH^2 \right\} \\ = \frac{R}{4\alpha} \left\{ 1 + \frac{H_1^2 - H_0^2}{R} \right\} \quad (4)$$

のようになる。ただし、 $\alpha = \lambda/2$ であり、 $H_1 = H_X = 1$ (下流端水深)、 $H_0 = H_X = 0$ (上流端水深)であるが、

H_1 は現象的にみて一般に境界条件として与えられる量である。一方 H_0 は H_1 のもとで(1)式を解いて求められる量であるから、まず(1)式を解くことが必要である。

そこで、(1)式の変数を $U = H/X$ (ただし $X \neq 0$)のように変数変換すると、(1)式は

$$\ln X = - \int \frac{U dU}{U^2 - 2\alpha U + R} \quad (5)$$

のようになり、境界条件 H_1 を与えた時の任意点 X の水深 H は(5)式の右辺分母の式の判別式

$$D = 4(\alpha^2 - R) \quad (6)$$

の値によって、それぞれ以下の式で表わされる。¹⁾

1) $D > 0$ の場合

$$\left| \frac{H - (\alpha + \beta)X}{H_1 - (\alpha + \beta)} \right| = \left| \frac{H - (\alpha - \beta)X}{H_1 - (\alpha - \beta)} \right|^{\frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta}} \quad (7)$$

2) $D = 0$ の場合

$$\left| \frac{H - \alpha X}{H_1 - \alpha} \right| = \exp \left\{ \frac{\alpha X}{H - \alpha X} - \frac{\alpha}{H_1 - \alpha} \right\} \quad (8)$$

3) $D < 0$ の場合

$$\frac{H^2 - 2\alpha HX + RX^2}{H_1^2 - 2\alpha H_1 + R} = \exp \left\{ \frac{2\alpha X}{\beta'} \left[\arctan \left(\frac{H_1 - \alpha}{\beta'} \right) - \arctan \left(\frac{H - \alpha X}{\beta' X} \right) \right] \right\} \quad (9)$$

ただし、 $\beta = \sqrt{D}/2$ 、 $\beta' = \sqrt{-D}/2$ である。

(7)式~(9)式はすべて陰関数であるから水深分布形はイテレーツヨン法によって求めることになるが、特異点にあたる上流端の水深 H_0 は水深分布形の連続性を考慮して求めるとそれぞれ以下のようになる。

1) $D > 0$ の場合

$$\left. \begin{aligned} H_1 \leq (\alpha + \beta) \text{ の時 } & H_0 = 0 \\ H_1 > (\alpha + \beta) \text{ の時 } & H_0 = \frac{\left\{ H_1 - (\alpha + \beta) \right\}^{\frac{\alpha + \beta}{2\beta}}}{\left\{ H_1 - (\alpha - \beta) \right\}^{\frac{\alpha - \beta}{2\beta}}} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

2) $D = 0$ の場合

$$H_1 \leq \alpha \text{ の時 } \quad H_0 = 0 \quad ?$$

$$H_1 > \alpha \text{ の時 } H_0 = \frac{H_1 - \alpha}{\exp\left(\frac{\alpha}{H_1 - \alpha}\right)} \quad (11)$$

3) $D < 0$ の場合

$$H_0 = (H_1^2 - 2\alpha H_1 + R)^{1/2} \cdot \exp\left\{\frac{\alpha}{\beta'} \left[\arctan\left(\frac{H_1 - \alpha}{\beta'}\right) - \frac{\pi}{2}\right]\right\} \quad (12)$$

したがって、貯留量 S_2 は結局 (4) 式に (10) 式 ~ (12) 式を代入したものと成る。その一般的性質を示したものが図-1 である。図からわかるように、自由流出端を有する通常の斜面流出の場合すなわち (13) 式が成り立つような場合には S_2 はさらに簡単に (14) 式のように降雨強度 R に比例し斜面こう配の 2 倍に逆比例することになる。

$$|H_1^2 - H_0^2| / R \ll 1 \quad (13) \quad S_2 = \frac{R}{4\alpha} \quad (14)$$

3. 実験装置 および 実験方法

模似斜面は下流端を全閉止めた透明樹脂製水路に $R \approx 0.090\%/\text{sec}$ 空隙率 $m \approx 19\%$ の川砂をセツトしたもので、 $l = 600\text{cm}$ 、斜面幅 $b = 55\text{cm}$ 、層厚 $d = 40\text{cm}$ 、 $i = 1/6$ で数年来流出実験を行なつてほぼ安定化したものであり、水路床面には下流端および下流端より上流 50cm の点、250cm、500cm、以降は 500cm 間隔の点に水深測定用のマノメーターを取り付けたものである。また人工降雨装置は圧力水をスプレーノズルから噴出させるもので $r = 3 \sim 100\text{mm/hr}$ 程度の降雨の調節が可能なものである。実験は下流端を約 9cm 堰上げた場合と自由にした場合の 2 ケースについて $r = 20 \sim 40\text{mm/hr}$ 程度の降雨を降雨継続時間 $t_r = 6 \sim 12\text{hr}$ 降らせて流量および定常化した状態における水深分布の測定を行なった。

4. 実験結果 および 考察

各場合の実測水深分布と実測の H_1 を与えて算出した理論水深分布を比較した例を示したものが図-2 である。いずれの場合も下流端近傍では実測値が高く、極大点より上流では理論値の方が高くなってゐるが両者の差は R が小さいものほど大きくなるようである。その原因は水深分布の測定方法にも問題があるが主に毛管力の影響によるものと考えられる。また、図-3 は貯留量 S_2 を実測水深分布から台形公式によって算出したものと、実測の H_1 を与えて計算した理論値とを比較したものである。水深分布の検討結果からも予想されることであるが、理論値の方が一般に高い値となる。しかし実測値の誤差は数パーセント程度であり理論の適合度は良いと考えることができる。さらに、各場合について (13) 式の左辺の値を計算すると 10^{-2} のオーダーであり、図中の直線でも示したように一般の斜面流出状態においては S_2 は (14) 式で表わすことができる。ここで取り扱っている貯留量は毛管水帯および不飽和水帯における貯留分を含めていないが、実際にはこれらの量も無視できない量であることをこの実験においても確認しており、今後、これらの量を含めた流域の保水量およびその変化について逐次明らかにして行く予定である。なお詳細については講演時に述べる予定である。参考文献：1) 森口・中田川・一松、数学公式 I, 岩波全書, 1970

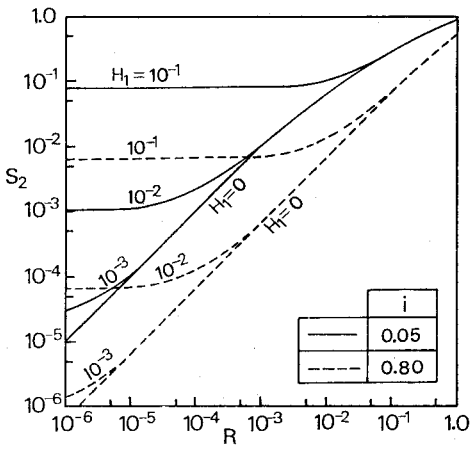


図-1 降雨強度と貯留量の関係

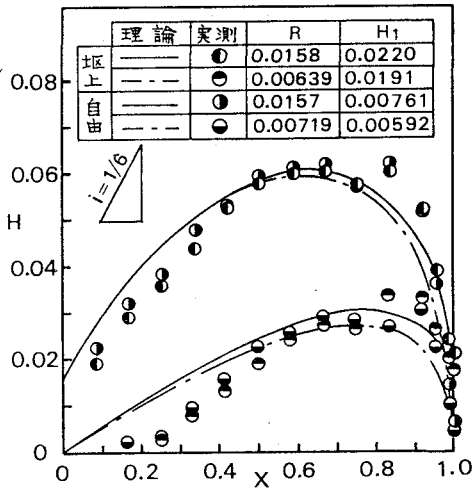


図-2 水深分布の比較

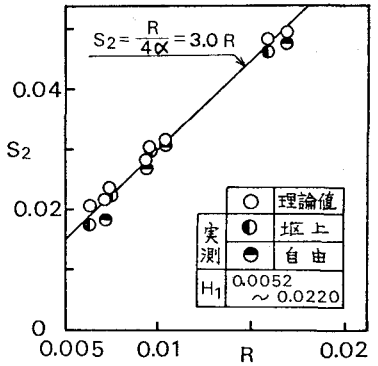


図-3 貯留量の比較