

京都大学工学部 正員 高樟琢馬

京都大学工学部 正員 ○椎葉亮晴

京都大学大学院 学生員 久保省吾

1. まえがき

雨水の流出機構は、降雨を入力とし、流出流量を出力とする変換システムと見ることができる。その入力である降雨は、空間的に複雑な分布をしている。しかし、通常の出水解析においては、降雨は面積平均雨量に変換され、空間的分布の影響は無視される。ここに、降雨の空間的分布特性が出水に及ぼす影響を把握しておく必要がある。本研究は、空間的に分布した降雨による出水と面積平均雨量を用いた出水とを比較し、その両者の間に生じる誤差に対する、降雨の分布特性および変換システムの内部構造たる流域特性の感応度について、若干の考察を行なったものである。

2. 基礎仮定

問題の取り扱いを容易にするため、次の仮定をおく。

①地表面流のみを対象とし、山腹斜面における流下機構は、

$$\partial q / \partial t + \partial q / \partial x = Y_e \cdots (1) \quad q = a f^m \cdots (2)$$

(f : 水深、 q : 単位幅当りの流量、 Y_e : 地表面流に供給される雨水、 a, m はそれぞれシステムの抵抗特性、非線形特性を表わす定数) の2式で表わされるものとする。

②降雨の分布が空間的分布を表わす関数と時間的分布を表わす関数の積、すなわち、 $Y(x, t) = f(x)g(t) \cdots (3)$ のように表わされる。 x は位置、 t は時間である。 $f(x)$ は無次元数ととり、一般性と失うことなく平均値を1としてよい。このとき、関数 $\phi(\xi)$ ($0 \leq \xi < \infty$) を

$$\phi(\xi) d\xi = A \{ x | \xi \leq f(x) < \xi + d\xi \} / \Sigma A \cdots (4)$$

と定義すると、 $\phi(\xi)$ は $[0, \infty)$ に集中した確率密度関数の形式をとる。 ΣA は全流域面積、 $A(E)$ は集合 E の面積である。

③全流域で斜面特性値(抵抗特性値 a 、非線形特性値 m 、地表面流の流下長 L) は一様である。

④同一時刻において、降雨は斜面流下方向には変化しない。

⑤河道における伝播時間は、山腹斜面におけるそれと比較して無視できる。

⑥空間的に分布する降雨 $f(x)g(t)$ を入力とする流出流量 $Q(t)$ と、一様な降雨 $g(t)$ による流出流量 $\bar{Q}(t)$ との誤差 ϵ は、

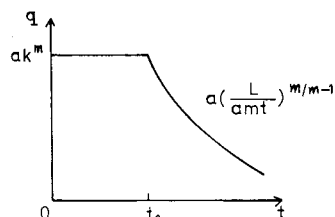
$$\epsilon = \left\{ \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |Q(t) - \bar{Q}(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |\bar{Q}(t)|^2 dt} \right\}^{1/2} \cdots (5)$$

によって評価する。

以上のように仮定すると、降雨の空間的分布の様相は関数 $\phi(\xi)$ によって評価される。本研究は、この $\phi(\xi)$ が出水に及ぼす影響、およびそれに流域特性値がどう関係するかを調べるものである。そこで、単にこれらの個々の値が、式(5)によって得られる誤差に及ぼす影響を調べるのではなく、各特性値の組み合わせによって誤差の現れる構造を系統的に知るために、まず擬似線形モデルを考え、次いで、その結果を数値シミュレーションによって検証する。

3. 擬似線形モデルによる解析

3-1. 擬似線形モデル 擬似線形モデルとは、降雨ごとに定める適当な強



図～1 インパルス応答

強度のインパルスと方程式(1), (2)で表わされるシステムへの入力として得られる応答

$$q(t) = \begin{cases} a t^m & 0 \leq t \leq t_c \quad \dots (6) \\ a(L/amt)^{m-1} & t > t_c \end{cases} \quad (\text{図-1 参照})$$

から構成される単位図をもった線形システムであって、これによって非線形システムの問題に線形システムの手法の適用をはかる。 t_c は、斜面上流端を発生した攪乱が河道に到達するのに要する時間であって、

$$t_c = L/amt^{m-1} \quad \dots (7)$$

である。この強度 a の決定には、Eagleson の提案した

$$a = 1.59 Y_c^* t_c^* \quad \dots (8) \quad t_c^* = (L Y_c^{*m}/a)^{1/m} \quad \dots (9)$$

を用いる。 Y_c^* は降雨継続時間中の平均降雨強度である。

単位時間を t_u として、時間分布 $g(t)$ の降雨をインパルス列 $\{g(t_j)t_u\}$, ($j=1 \dots n$)で表わすと、 $\tilde{Q}(t)$ および $Q(t)$ は

$$\tilde{Q}(t) = \sum_{j=1}^n g(t_j)t_u B \frac{q_0(t-t_j)}{r_0} \quad \dots (10) \quad Q(t) = \sum_{j=1}^n g(t_j)t_u B \int_0^\infty \frac{q_3(t-t_j)}{r_3} \phi(z) dz \quad \dots (11)$$

と表わされる。 r_0, r_3 はそれぞれ降雨 $g(t)$, $\sum g(t)$ に対して式(8)(9)から求められるインパルス強度であり、 $q_0(t)$ および $q_3(t)$ は、これらを入力とするシステムの応答関数である。また、 B は斜面流出生起場の大きさである。すなわち、流域末端における流出流量 $\tilde{Q}(t)$, $Q(t)$ は、それぞれの単位図

$$\tilde{h}(t) = B q_0(t)/r_0 \quad \dots (12) \quad h(t) = B \int_0^\infty q_3(t)/r_3 \cdot \phi(z) dz \quad \dots (13)$$

と降雨の時間分布とのたたみこみによって得られ、その差は基本的にはそれぞれの単位図の差によって生起する。

3-b. 単位図の誤差 いま、 $\phi(z)$ にガンマ分布の確率密度関数とあてはめ、単位図 $\tilde{h}(t)$ と $h(t)$ とを比較する。

図-2は $\tilde{h}(t)$ と、降雨の空間的分布の程度を示すガンマ分布の標準偏差 σ が変化したときの $h(t)$ の一例を示す。単位図の形は、分布の程度が激しいほど早い時間に集中する傾向が認められる。また、 $\tilde{h}(t)$ と $h(t)$ との誤差を式(5)の形で評価すると次のことが得られた。

① σ, m の増加につれて誤差は増大する。

② a, L, Y_c^* の変化は、誤差に影響を及ぼさない。

いっぽう、式(5)の形の誤差は、擬似線形モデルの振幅スペクトルを用いることによって表わすことができる。単位図 $\tilde{h}(t)$, $h(t)$ のフーリエ変換を $H(\omega)$, $\tilde{H}(\omega)$ とし、

$$H_0(\omega) = H(\omega)/H(0) \quad \dots (14) \quad \tilde{H}_0(\omega) = \tilde{H}(\omega)/\tilde{H}(0) \quad \dots (15)$$

と定義すると、 $H(0) = \tilde{H}(0)$ となる関係を考慮して、単位図 $\tilde{h}(t)$ と $h(t)$ との誤差 ϵ' は

$$\epsilon' = \left\{ \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |H_0(\omega) - \tilde{H}_0(\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{H}_0(\omega)|^2 d\omega} \right\}^{1/2} \quad \dots (16)$$

と表わされる。式(12), (13)をフーリエ変換すると、 $\tilde{H}_0(\omega)$, $H_0(\omega)$ はともに、 ωt_c および m だけの関数であり、そのうち $H_0(\omega)$ は $\phi(z)$ の特性の影響も受けることがわかる。そこで式(16)より、 ϵ' は m と $\phi(z)$ だけによって決定される。これは、①, ②の性質を裏づけている。

3-c. 流出ハイドログラフの誤差 降雨の時間分布 $g(t)$ のフーリエ変換を $G(\omega)$ とすると、流出ハイドログラフの誤差 ϵ も

$$\epsilon = \left\{ \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |H_0(\omega) - \tilde{H}_0(\omega)|^2 |G(\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{H}_0(\omega)|^2 |G(\omega)|^2 d\omega} \right\}^{1/2} \quad \dots (17)$$

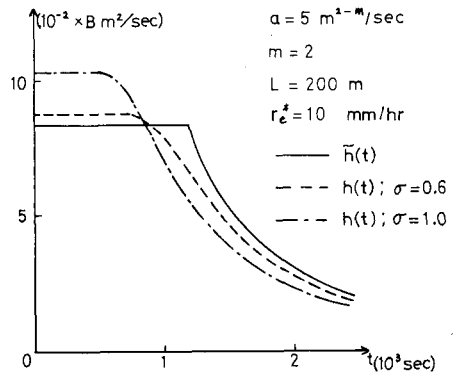


図-2 単位図の変化

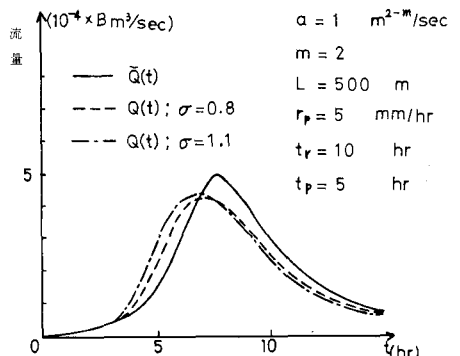


図-3 流出ハイドログラフの変化

と表わされる。 $g(t)$ の振幅スペクトル $|G(\omega)|$ は、通常、低域に制限されることから、 $\phi(\xi)$ にやはりガンマ分布の確率密度関数をあてはめた場合の、 $|H_0(\omega) - \hat{H}_0(\omega)|$ および $|\hat{H}_0(\omega)|$ の低域における性質を調べてみることによって、次のことが導かれた。

①誤差 ϵ は、システムの非線形性の指標 m 、降雨の空間的分布の程度 σ 、およびシステムの遅れ特性を示す t_c と降雨継続時間 t_r との比 t_c/t_r だけの関数である。

②この三者の増加につれて、誤差 ϵ は増大する。

これは、関数 $\phi(\xi)$ が一般的な確率密度関数の場合も、成立すると考えられる。

4. Kinematic Wave法による数値シミュレーション

次に、降雨の時間分布として三角分布を、 $\phi(\xi)$ にガンマ分布の確率密度関数を仮定し、山腹斜面の地表面流の解析に、Kinematic Wave法を用いて、流域下流端における流出ハイドログラフを求めた。図-3に、空間的に分布する降雨 $f(x)g(t)$ による流出流量 $Q(t)$ と一様な降雨 $g(t)$ による流出流量 $\hat{Q}(t)$ の一例を示す。ここで Y_p はピーク降雨強度、 t_p は降雨のピーク生起時間である。分布の程度が激しいほどハイドログラフの立ち上がり時間が早くなっていることは、先の単位図の形の変化と対応している。また、 $Q(t)$ と $\hat{Q}(t)$ との誤差を調べると、その特性は①、②と一致している。

以上の結果を利用して、単位図および流出ハイドログラフの誤差を最小二乗法によって、降雨の分布特性値と流域特性値との簡単な関数として表わすことを試みた。その結果、単位図の誤差 ϵ' は

$$\epsilon' = 18.3(m-1)^{0.26} \sigma^{1.4} \dots (18)$$

と、また流出ハイドログラフの誤差 ϵ は

$$\epsilon = 60.9 \sigma(m-1)(t_c/t_r)^{0.7} \dots (19)$$

と得られた。図-4、図-5に、 ϵ' および ϵ の計算値と曲線(18)、(19)を合わせて示す。

5. あとがき

本研究は、降雨の分布特性が出水に及ぼす影響と、擬似線形モデルを用いて考察し、さらに数値シミュレーションによってその結果を検証するとともに、量的な把握を試みたものである。今後は、河道における依滞時間を考慮し、河道の分布形状による影響、あるいは雨域の移動の影響についても考察したい。また、数値計算を行なう場合に、とりえず降雨の空間的分布特性としてガンマ分布を用いたが、今後さらに、分布特性そのものの把握に努め、これらを統合した降雨の分布特性と出水解析の精度について議論していきたい。

参考文献

- William Q. Maddaus and Peter S. Eagleson : A DISTRIBUTED LINEAR REPRESENTATION OF SURFACE RUNOFF ; M. I. T. HYDRODYNAMICS LABORATORY Report No. 115, 1969

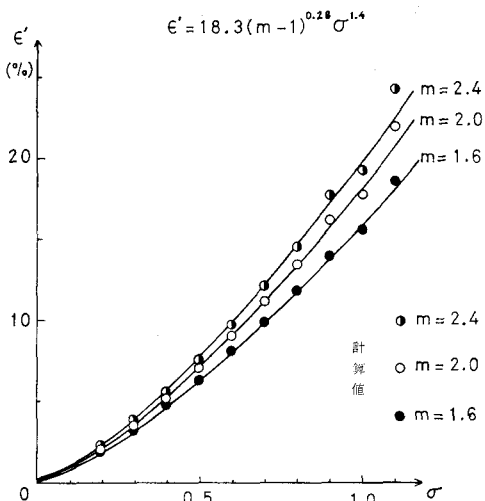


図-4 単位図の誤差

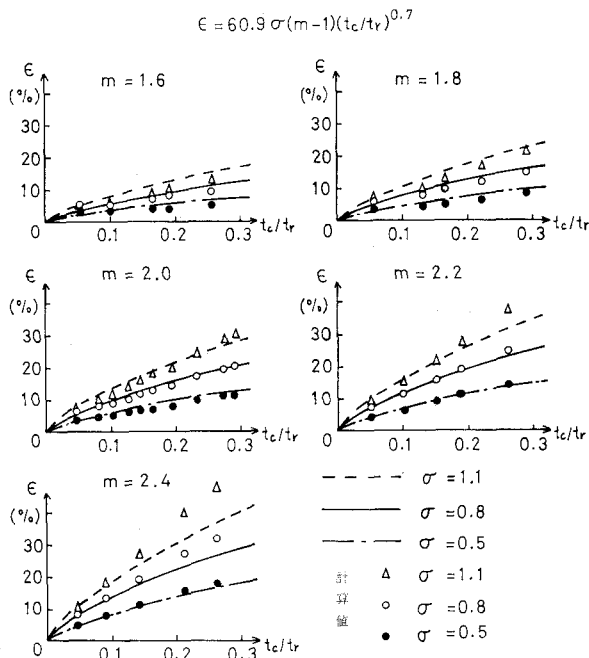


図-5 流出ハイドログラフの誤差