II-77　出水ピークに及ぼす地形効果に関する数値実験的研究
——Horton数の効果について——

京都大学防災研究所　正員　友杉　邦雄

1. まえがき　流域地形を定量的に把握・表現しようとする計量地形学の分野では，様々な地形量が提案されている。こうした個々の地形量が出水現象に及ぼす効果を明らかにすることは，普遍的な出水理論の確立にとって不可欠の事項の１つであるが，現在のところ，出水ピークに限っても，その効果が不明なものが多い。

本研究は，これらの地形量のうち，Hortonの提案による河道網構造を主体とした地形構造のマクロな無次元表示である分岐比，河道長比，集水面積比および河道こう配比[1)](Horton数と総称)をとりあげ，河道網構造が比較的多様であるStrahler流の位数３の流域モデル群(面積およびレリーフ一定)を計量地形学の成果に基づいて設定し，河道プロセスのみを考慮する数値実験法によって出水ピークとHorton数との関係を探ろうとしたものである。

2. 流域モデル群の構成　**1)河道網構造**：ここで設定した位数３の流域モデル群とは，河道網の構造的にいえば，位数１の河道数$N_1=10$の最大位数$k=3$となるトポロジー的に異る河道網(topologically distinct channel networks，略してTDCN)のすべてに対応しており，その数は4488である($k=2$のは256，$k=4$のは118)。しかし，河道網の構造を流出現象という点から区別する場合，支川が左右どちら側から合流しても同じことだから，トポロジー的には異っていても同一のものとみなせる組(ambilateral class,[2)] 略してAC)にまとめることができ，この場合，ACは85種になる。図-1はこの85種のACからそれぞれ任意のものを抽出し，識別のための番号(モデル番号)をつけたものであり，番号の右側の数はそのACに属するTDCNの数を示す。　**2)link長の均一化**：グラフの理論では河道網の構成要素はつぎのようによばれる。合流点はnode，相隣るnode間の河道区分はinterior link，位数１の河道はexterior link(単にlinkというときは両者を含む)，およびlinkの連らなりをchainという。以下この用語に従う。自然流域ではexterior linkとinterior linkの平均長は若干異るとされているが，[2)] 本モデル群では，すべてのlinkに均一の長さℓを与える。**3)各linkにつく面積の均一化**：link長と同様，均一の面積aを与える。すなわち，本モデル群はすべて等面積$19\cdot a$をもつ。　**4)各linkのこう配**：Horton数の１つである河道こう配比の効果をも探るため，モデル群にレリーフH＝一定という立体的な制約を与え，各モデルの各linkのこう配をつぎのようにして決定した。ただし，ここでいうレリーフは，流域最下流端(outlet)と，最長のchainの上端との標高差をさす。Shreve[3)]によって得られた位数uの河道がもつlink数の期待値2^{u-1}にlinkの平均長が位数によらないとする仮定を加えて得られる河道長比の期待値２と，流域が動的平衡状態にあるとき各位数の河道について，その両端の平均的標高差は位数にかかわらず一定であるというYang[4)]の法則とを組合せて得られる折線の期待値的河道縦断形状に，滑らかな曲線をあてはめ，次式によって決定した。　$(s_\nu)_j=\varphi(\nu)\cdot(s_1)_j$ ………(1)　ここに，$\varphi(\nu)=\ln\left(\frac{\nu+1}{\nu}\right)/\ln 2$，$(s_1)_j=(H/\ell)/\sum_{\nu=1}^{j}\varphi(\nu)$，$\nu$はlink番号で，すべてのexterior linkを$\nu=1$とし，順次下流に向っ

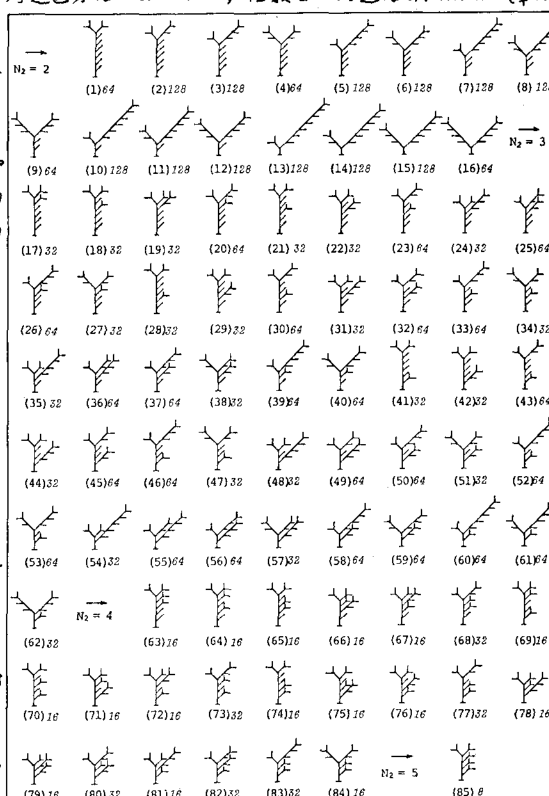

図-1　流域モデル群の河道網構造とモデル番号
(番号の右の数字はTDCNの数)

て $\nu=2, 3, \cdots$ とつけるものでつねに大きい方の番号をとる。j は最長chainを構成するlink数で，$(A_\nu)_j$ は $j=j$ のモデルにおける $\nu=\nu$ のlinkのこう配，$\varphi(\nu)$ は上記の滑らかな曲線に相当する。表-1は(1)式によって求めた $(A_\nu)_j$ の値を示したものである。

表-1 linkのこう配

j	$(s_\nu)_j$ (unit: $H/l\times10^{-2}$) $\nu=1$	2	3	4	5	6	7	8	9
5	38.7	22.6	16.1	12.5	10.2	—	—	—	—
6	35.6	20.8	14.8	11.5	9.36	7.90	—	—	—
7	33.3	19.5	13.8	10.7	8.76	7.39	6.43	—	—
8	31.5	18.4	13.1	10.1	8.28	6.99	6.08	5.36	—
9	30.1	17.6	12.5	9.69	7.92	6.68	5.81	5.12	4.58

5)各モデルのHorton数：以上のように設定した各モデルのHorton数は，つぎのように単純な相加平均によって求めた。(a)分岐比；$R_b=\frac{1}{2}\sum_{u=2}^{3}N_{u-1}/N_u$（$N_u$；位数uの河道数）。この値は本モデル群では3種類しかないので，つぎのような値も考えてみた。(b)拡張された分岐比；$R_b'=\frac{1}{2}\sum_{u=2}^{3}({}_uN_{u-1}+{}_uN_{u-2})/N_u$（${}_uN_{u-1}$，${}_uN_{u-2}$ はそれぞれ位数uの河道に直接合流する位数u-1およびu-2の河道数）。(c)河道長比；$R_L=\frac{1}{2}\sum_{u=2}^{3}\bar{L}_u/\bar{L}_{u-1}$（$\bar{L}_u$；位数uの河道の平均長）。(d)集水面積比；$R_a=\frac{1}{2}\sum_{u=2}^{3}\bar{A}_u/\bar{A}_{u-1}$（$\bar{A}_u$；位数uの河道の集水面積の平均値）。(e)河道こう配比；$R_s=\frac{1}{2}\sum_{u=2}^{3}\bar{S}_{u-1}/\bar{S}_u$（$\bar{S}_u$；位数uの河道こう配の平均値）。表-2は85種のモデルに対するこれらの値を示したもので，同時に j の値も示しておいた。なお，最下欄の平均値はTDCNについてのものである。

表-2 各モデルのHorton数

model No.	R_b	R_b'	R_L	R_a	R_s	j
1	3.50	5.00	4.00	4.67	2.04	9
2	〃	4.75	2.75	4.38	2.16	9
3	〃	4.50	2.25	4.40	2.26	9
4	〃	〃	〃	〃	2.07	8
5	〃	4.25	2.05	4.59	2.35	9
6	〃	〃	〃	〃	2.17	8
7	〃	4.00	2.00	4.86	2.44	9
8	〃	〃	〃	〃	2.27	8
9	〃	〃	〃	〃	2.11	7
10	〃	3.75	2.04	5.19	2.52	9
11	〃	〃	〃	〃	2.35	8
12	〃	〃	〃	〃	2.21	7
13	〃	3.50	2.13	5.56	2.59	9
14	〃	〃	〃	〃	2.43	8
15	〃	〃	〃	〃	2.29	7
16	〃	〃	〃	〃	2.15	6
17,18,21,28,41	3.17	4.50	3.50	4.67	1.96	8
19,22,29,42	〃	4.17	2.54	4.43	1.88	7
20,23,30,43	〃	〃	〃	〃	2.09	8
24,25,27,32,34,45,47	〃	3.84	2.04	4.36	2.01	7
26,33,46	〃	〃	〃	〃	2.20	8
31,44	〃	〃	〃	〃	1.81	6
35,37,40,50,53	〃	3.50	1.75	4.40	2.11	7
36,38,48,49,51	〃	〃	〃	〃	1.93	6
39,52	〃	〃	〃	〃	2.30	8
54,58,61	〃	3.17	1.60	4.51	2.21	7
55,59	〃	〃	〃	〃	2.03	6
56,62	〃	〃	〃	〃	2.04	6
57	〃	〃	〃	〃	1.86	5
60	〃	〃	〃	〃	2.39	8
63,64,65,69,70	3.25	4.00	3.00	4.67	1.89	7
74	〃	〃	〃	〃	2.07	7
66,67,71,72,75,76	〃	3.63	2.23	4.47	1.81	6
68,73,77	〃	〃	〃	〃	2.02	7
78,79	〃	3.25	1.75	4.38	1.74	5
80,81,82,84	〃	〃	〃	〃	1.93	6
83	〃	〃	〃	〃	2.13	7
85	3.50	3.50	2.50	4.67	1.81	6
mean	3.31	3.81	2.13	4.66	2.15	

3. 合成ピーク計算の条件と方法

1)流出機構の仮定：linkとそれにつく面積aからなる部分を単位流域とよぶことにし，すべての単位流域からの流出ハイドログラフは同じ降雨条件に対して全く同じとなると仮定する。そこでこれを入力として与え，洪水の流下合流機構を線形とし，合成ハイドログラフは遅れ時間のみを考慮する重ね合わせによって得られるとする。 2)洪水伝達速度の仮定：洪水伝達速度 w が流量 Q と河道こう配 S だけによって規定されると仮定し，次式のように表わせるとした。 $w=CQ^{0.25}S^{0.30}$ ……(2) （C＝一定）。 3)interior linkの洪水伝達時間：流量が集水面積にほぼ比例すると仮定すると，$j=j$ のモデルにおける $\nu=\nu$，マグニチュード m（それより上流にあるexterior linkの数）のlink内の平均的な洪水伝達時間 $(\tau^*_{\nu,m})_j$ は，(2)式の関係から，$(\tau^*_{\nu,m})_j=\left(\frac{2.5}{2m-1.5}\right)^{0.25}\cdot\left(\frac{(A_2)_9}{(A_\nu)_j}\right)^{0.30}\cdot\tau_0^*$ ……(3) と表わせる。ここに τ_0^* は $j=9$，$\nu=2$，$m=2$ のlinkの洪水伝達時間 $(\tau^*_{2,2})_9$ であり，ここでは $\tau_0^*=5$（任意の時間単位）とした。 4)入力ハイドログラフ：入力ハイドログラフ $g(t)$ としてつぎの3通りの確率密度関数を用いた。 i)形状母数1のガンマ分布；$g(t)=te^{-t/K}/K^2$ ……(4) (G.D.1)，ii)形状母数2のガンマ分布；$g(t)=t^2e^{-t/K}/2K^3$ ……(5) (G.D.2)，iii)正規分布；$g(t)=e^{-t^2/2\sigma^2}/\sqrt{2\pi}\sigma$ ……(6) (N.D.)。これらの時間 t の標準偏差 σ_t は，それぞれ，$\sqrt{2}K$，$\sqrt{3}K$ および σ であり，σ_t をいろいろ変化させ，入力ハイドログラフ形状の相対的鋭さ σ_t/τ_0^* による地形効果の現われ方の程度をも調べることを計った。 5)合成ピークの計算法：まず，各モデルで，すべてのnodeからoutletまでの洪水伝達時間 τ_i（$i=1,2,\cdots,9$；i はnode番号で，outletに近いものほど若い番号をつけた）を求める。これは(3)式の $(\tau^*_{\nu,m})_j$ をnode i までのchainに沿って加えればよく，表-3はこの τ_i を j の異るモデルごとに例示したものである。この τ_i を用いれば，本モデルのoutletにおける合成ハイドログラフ $Q(t)$ は次式によって表わされる。 $Q(t)=g(t)+\sum_{i=1}^{9}2\cdot g(t-\tau_i)$ ……(7)． このQ(t)の最大値 Q_p およびその起時 T_p^*（$g(t)$ のピーク起時を基準）は，$g(t)$ が(4)，(5)式の場合は $dQ(t)/dt=0$ の条件から解析的に（ただし，複数のピークが生じることもあるため一度には求められない），(6)式の場合は解析的には求められないため $t=0.1$（τ_0^* と同じ単位）きざみで，完全に試算的に求めた。

表-3 τ_i の例（$\tau_0^*=5$ arbitrary time unit）

model No.	j	τ_i $i=1$	2	3	4	5	6	7	8	9
(1)	9	4.54	9.06	13.56	18.03	22.47	26.87	31.24	36.23	36.23
(4)	8	4.33	8.62	12.87	17.07	21.20	25.93	25.93	30.87	30.87
(9)	7	4.10	8.14	12.12	16.68	16.68	21.34	21.34	26.20	26.20
(16)	6	3.86	8.31	8.31	12.78	12.78	17.34	17.34	22.09	22.09
(57)	5	3.57	7.44	7.94	11.89	11.89	12.38	16.53	16.53	17.03

4. 計算結果と考察

1)入力ハイドログラフ形状の鋭さと地形効果の現われ方の程度の関係：前述のように入力 $g(t)$ の相対的鋭さの尺度としては σ_t/τ_0^* を選んだが，地形効果の現われ方の程度を示す尺度としては，85種のモデルの同じ入力に対する各合成ピーク Q_p のうちの最大値 Q_{pmax} と最小値 Q_{pmin} の比 Q_{pmax}/Q_{pmin} を選んだ。図-2はこれらの関係を示すものであるが，予想通り，σ_t/τ_0^* が大きいほど（入力が偏平なほど）地形効果の現われ方の程度が小さくなることがわかる。ここで問題なのは，自然流域の σ_t/τ_0^* に相当するものがどの程度かということであり，この点を若干のデータに基づいてごく大まかに検討したところによると，それは流域面積が大きいほど

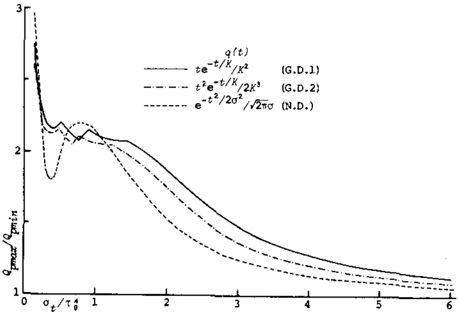

図-2 σ_t/τ_0^* と Q_{pmax}/Q_{pmin} の関係

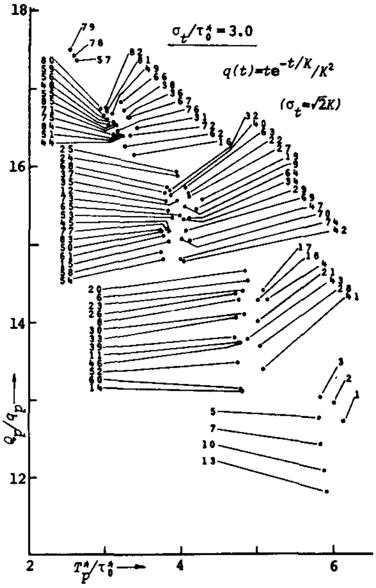

図-3 ピーク流量とその起時の一例（数字はモデル番号）

小さくなる可能性が大で，数100 km^2 の流域で，小さくて3程度のようである。

2)ミクロにみたHorton数の効果：図-3は85種のモデルに同一の入力を与えた場合の，それぞれの合成ピークとその起時の一例を示したものであり，それぞれ $q(t)$ のピーク q_p および τ_0^* によって無次元化してある。これらのプロットは5つのグループを形成しており，その共通点は j で，Q_p/q_p が大きいグループほど j が小さくなっている(この傾向は入力条件を変えても同様である)。このことは，出水ピークおよびその起時に対して，j の効果すなわち，従来知られている最長流路長($j\cdot l$)とその平均こう配($H/j\cdot l$)の相乗効果が大きく現われることを示している。よって，ミクロにみたHorton数の効果は j が等しいという条件のもとで探る必要がある。そこで，$j=8$ のグループ（図中，下から2番目)をみてみると，たとえば，モデル番号17，18，21，28および41の Q_p/q_p はこのグループのスケールからみて相当大きくばらついている。ところが表-2に示すように，これらのモデルのHorton数は全く同じ組合せになっている(このような例は他に多くある)。このことは，このようなグループ内のスケールでは，個々のHorton数はもちろん，すべてのHorton数の組合せさえ，出水ピークに及ぼす明確な(あるいは一義的な)効果はないということを意味する。

3)マクロにみたHorton数の効果：上記の結果より，つぎのようなことを試みた。すなわち，j の等しいグループごとに，個々のHorton数の期待値 $\overline{R_b}$, $\overline{R_b'}$, $\overline{R_L}$, $\overline{R_a}$, $\overline{R_s}$（まとめて $\overline{R_*}$ と表わす)と，Q_p/q_p の期待値 $\overline{Q_p}/q_p$ とを求め，$\overline{R_*}$ と $\overline{Q_p}/q_p$ との関係を調べてみた。ここで，期待値と称するのはTDCNの等確率性を仮定してその重みをつけた平均をとったからである。図-4はその結果の一例を示したものであり，すべての $\overline{R_*}$ について，それが小さいほど $\overline{Q_p}/q_p$ が大きい(j が小さい)という関係になっている。なお，$\overline{Q_p}/q_p$ と $\overline{T_p^*}/\tau_0^*$ との関係は図-5に示すようにほぼ逆比例の関係にあることから，$\overline{R_*}$ とピーク起時の期待値 $\overline{T_p^*}/\tau_0^*$ の関係は自明であろう。このような関係をマクロにみたHorton数の効果と称するならば，従来いわれている R_b の効果[1]と，ここで得られた効果とは同じ関係になっており，それは，R_b が小さい流域は，j すなわち最長流路長が小さくなることが期待され，その結果，出水ピークが大きくかつ早くなることが期待されると解釈すべきであろう。

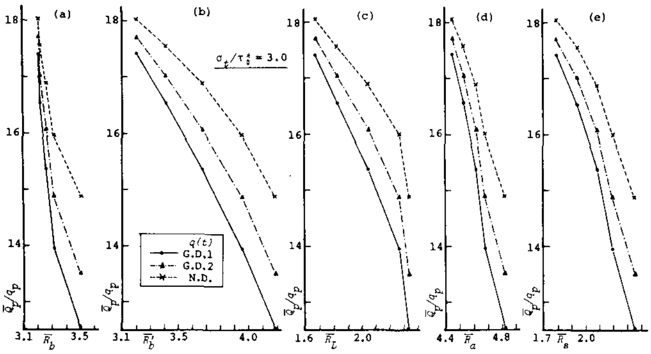

図-4 マクロにみたHorton数の効果の例

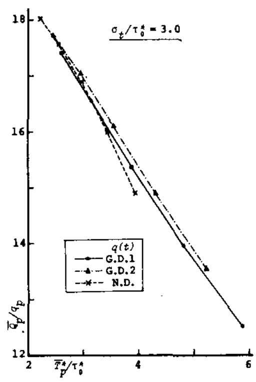

図-5 $\overline{Q_p}/q_p \sim \overline{T_p^*}/\tau_0^*$ の例

参考文献 1) たとえば，Chow, V.T.：Handbook of Applied Hydrology, Mc-Graw-Hill Book Co., Section 4-II, 1964. 2) Smart, J.S.：Channel Networks, Advances in Hydroscience, 8, pp.305～335, 1972. 3) Shreve, R.L.：Infinite Topologically Random Channel Networks, J. Geol., 75, pp.179～186, 1967. 4) Yang, C.T.：Potential Energy and Stream Morphology, Water Resources Research, Vol.7, No.2, pp.311～327, 1971.