II-71　時間雨量系列の非定常性構造について

徳島大学工学部　正員　端野道夫

1．はしがき　降雨開始より終了までの一つの連続降雨時系列は気象じょう乱の各スケールに対応した何らかの周期成分をもつことが知られているが，他の連続降雨時系列で必ずしも同周期，同振幅，同位相をもつ周期成分が卓越するとは限らないことも判っている。こうした降雨時系列の非定常性について，非定常数理モデルによる考察と実資料の解析を行ない，従来シミュレーションモデルの中で簡便的に用いられてきた弱定常性（weakly stationarity）の仮定を検討する。

2．非定常時間雨量系列の数理モデル　まず，季節的な降雨現象の変化を除去するために，ある特定の季節（梅雨期，台風期，etc.）における降雨時系列を考える。連続して T 時間（両端の 0mm/hr を含む）降った任意の時間雨量系列：$x_k(t)$，$(t=1,2,\cdots,T)$ の非定常数理モデルとして次式を用いることにする。

$$x_k(t) = \mu(t) + \sigma(t)\cdot\eta_k(t) \qquad (1)$$

ここに，添字 k は T 時間継続降雨集合：$\{x(t)\}$，N_T コの内の k 番目降雨を示す。$\mu(t)$，$\sigma(t)$ は $\{x(t)\}$ の時刻 t における母平均，母標準偏差とすると，それらの推定値 $\hat{\mu}(t)$，$\hat{\sigma}(t)$ は $\{x(t)\}$ のアンサンブル平均で与えられる。すなわち，

$$\hat{\mu}(t) = \sum_{k=1}^{N_T} x_k(t)/N_T \qquad (2) \qquad\qquad \hat{\sigma}(t) = \sqrt{\sum_{k=1}^{N_T} x_k^2(t)/N_T - \hat{\mu}^2(t)} \qquad (3)$$

このとき，(1)式の $\eta_k(t)$ の集合：$\{\eta(t)\}$ は平均 0，分散 1 なる時刻 t に無関係な値をとることは(1)式のアンサンブル平均をとれば容易にわかる。また，(1)式の t のかわりに $t+\tau$ とおいた式と(1)式の積のアンサンブル平均より次式が導かれる。

$$\left\{ \sum_{k=1}^{N_T} x_k(t)\cdot x_k(t+\tau)/N_T - \hat{\mu}(t)\cdot\hat{\mu}(t+\tau) \right\} \Big/ \hat{\sigma}(t)\cdot\hat{\sigma}(t+\tau) = \sum_{k=1}^{N_T} \eta_k(t)\cdot\eta_k(t+\tau)/N_T \qquad (4)$$

この式の左辺は $\{x(t)\}$ の自己相関係数 $\hat{\rho}_x(t,t+\tau)$ を，右辺は $\{\eta(t)\}$ の自己相関係数 $\hat{\rho}_\eta(t,t+\tau)$ を示し，これらは互いに等しいことになる。両者の自己相関係数が時刻 t に無関係なとき，$\{\eta(t)\}$ は弱定常であるといえる。つまり，$\{\eta(t)\}$ は弱定常ランダム成分といえる。しかし，原系列 $\{x(t)\}$ が弱定常であるためには (2)式の $\hat{\mu}(t)$ が，$\hat{\mu}(t)=\mu_x=$ const. となる条件がさらに必要である。

(1)式のような数理モデルは，$T\to\infty$ のとき，すでに多くの応用例があることは周知のところである。たとえば，$\{x(t)\}$ が弱定常としての年流量，年雨量系列，$\{x(t)\}$ が非定常であるが $\{\eta(t)\}$ が弱定常としての月流量，月雨量，日流量系列，等がある。ところが，日単位，時間単位降雨時系列のように T が有限でかつ一定でない場合については，経験的あるいは簡便的に $\{x(t)\}$ あるいは $\{\eta(t)\}$ が弱定常と仮定することが多く，非定常モデルを用いた応用例はあっても，[1)2)] あまりこうした問題については論じていないといえる。

時間雨量系列の場合，$\mu(t)$，$\sigma(t)$ はたぶん気象じょう乱規模に対応する種々の周期成分で構成されるとすれば，$\mu(t)$，$\sigma(t)$ は diterministic 成分と見なせて，次式のように表現できる。

$$\mu(t) = \bar{\mu} + \sum_{i=1}^{m_\mu}\left(A_{i\mu}\cos\frac{2\pi i t}{\omega_\mu} + B_{i\mu}\sin\frac{2\pi i t}{\omega_\mu} \right), \quad \sigma(t) = \bar{\sigma} + \sum_{i=1}^{m_\sigma}\left(A_{i\sigma}\cos\frac{2\pi i t}{\omega_\sigma} + B_{i\sigma}\sin\frac{2\pi i t}{\omega_\sigma} \right) \qquad (5)$$

ここに，$\bar{\mu}$，$\bar{\sigma}$ = 時間平均，$A_{i\mu}, B_{i\mu}$；$A_{i\sigma}, B_{i\sigma}$ = フーリエ係数，m_μ, m_σ = 卓越周期の数，$\omega_\mu, \omega_\sigma$ = 基本周期，である。時間雨量系列は必らず 0mm/hr より始まり 0mm/hr で終ることから，基本周期 $\omega_\mu, \omega_\sigma$ は継続時間 T に近い値をとることが予想される。

$\{x(t)\}$ はもちろんのこと，$\{\eta(t)\}$ も弱定常でない場合，すなわち，$\hat{\rho}_x(t,t+\tau) \neq \hat{\rho}_x(\tau)$ のとき，$\{\eta(t)\}$ に関して次式のような

非定常自己回帰モデルが必要となろう。

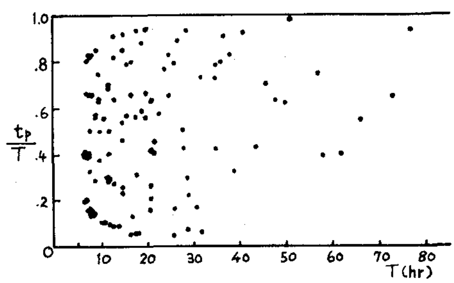
$$\eta_k(t) = \rho_\eta(t,t-1)\cdot\eta_k(t-1) + \sqrt{1-\rho_\eta^2(t,t-1)}\cdot\varepsilon_k(t) \qquad (6)$$

ここで，$\varepsilon_k(t)$ は独立ランダム変数とすれば，平均0，分散1 をとる。 この式は一次回帰モデルであるが，二，三次程度まで考慮する必要があれば簡単に拡張できる。

3. 実資料の解析例と考察

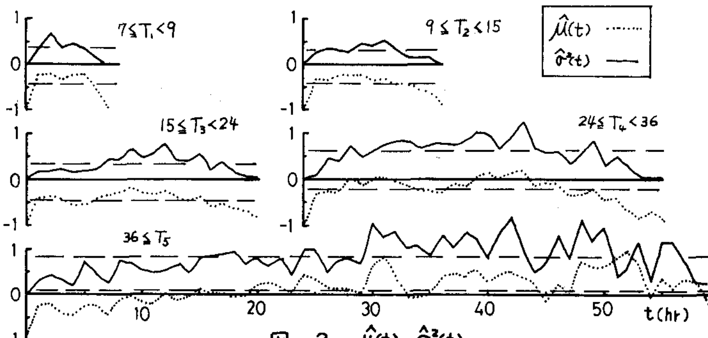
高知県本山町における昭和34年～48年の台風期(8～10月)の1時間雨量資料を用い，無降雨(0mm/hr)継続時間 $T_d \geqq 7$hr のとき降雨は別の降雨時系列に属するとする。得られた129コの雨量系列中，最大総雨量695mm，最大ピーク雨量89mm/hr，最大継続時間77hr，であった。 図－1 にピーク生起時間 t_p の T に対する比 $\frac{t_p}{T}$ と T の関係を示す。 図より T が約34hr 以下では $\frac{t_p}{T}$ はほぼ一様に分布するが，34hr 以上になると T の後半でピーク雨量が発生することが見られる。 このようなことから T によって降雨特性が変化すると考え，かつ系列標本数の均等化を考慮して，一応，雨量系列を T の大きさ（5段階； $7 \leqq T_1 < 9$，$9 \leqq T_2 < 15$，$15 \leqq T_3 < 24$，$24 \leqq T_4 < 36$，$36 \leqq T_5$ ）によって分類した。 それぞれの T に対する系列標本数は，29，32，32，19，17コであった。

全系列時間資料(約1800コ)の三次までの積率を利用して，あらかじめ対数正規変換式を作り，原時系列のそれぞれを対数変換した。 (2)，(3)式より求めた $\hat{\mu}(t)$，$\hat{\sigma}^2(t)$ を図－2に，また(4)式より求めた $\hat{\rho}_x(t,t+\tau)$，$(\tau=1,2,\cdots,10)$ のうち $\tau=1,2$ の場合を図－3 に示す。 図中，直破線は別途算出したそれぞれの定常値，$\hat{\mu}_x$，$\hat{\sigma}_x^2$，$\hat{\rho}_x(1)$，$\hat{\rho}_x(2)$，を示す。



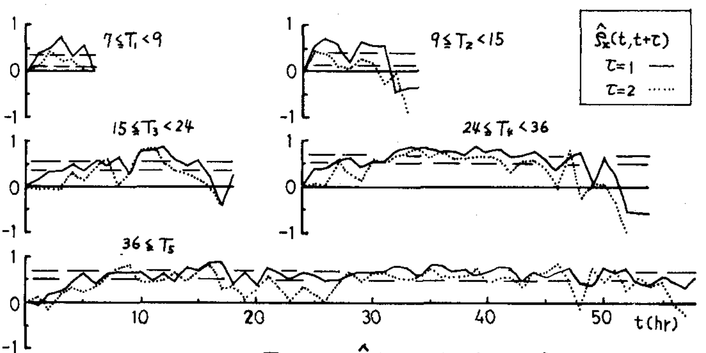
図－1 $\frac{t_p}{T}$ ～ T

図－2 より明らかなように程度の差こそあれ T のそれぞれについて $\hat{\mu}(t)$，$\hat{\sigma}^2(t)$ は時間とともに変化し，一部については有意な周期成分が検出された。 定常値 $\hat{\mu}_x$，$\hat{\sigma}_x^2$ と比較してもこのことはよく理解できる。 だいたい，降雨開始直後，終了直前では定常値より小さく，中央付近では逆に定常値より大きい。



図－2 $\hat{\mu}(t)$，$\hat{\sigma}^2(t)$

図－3 の $\hat{\rho}_x(t,t+\tau)$，$(\tau=1,2)$ も $\hat{\mu}(t)$，$\hat{\sigma}(t)$ とよく似た挙動をすることに注意する必要がある。 この場合，$\{\eta(t)\}$ も弱定常ではなく非定常自己回帰モデルを用いねばならないことを示している。 とくに，$15 \leqq T$ では，$\tau=2$ の自己相関係数が $\tau=1$ のそれと同程度に高い値を示すことが降雨開始直後，終了直前を除いた部分で見られ，$\{x(t)\}$ に関する高次の非定常回帰モデルが必要である。



図－3 $\hat{\rho}_x(t,t+\tau)$，$(\tau=1,2)$

最後に，以上の解析例より明らかなように，時間雨量系列の場合，$\{x(t)\}$，$\{\eta(t)\}$ の弱定常仮定の使用には十分な注意が必要である。

参考文献

1) V.T. Chow・S. Ramanseshan ; Sequential generation of rainfall and runoff data, ASCE, HY4, 1965

2) 室田・端野・岩城 ; 台風性降雨のシミュレーションに関する研究，第25回土木学会年講概要集，昭.45