

東京工業大学 正 日野 幹雄
 東京工業大学 正 竹内 邦良
 運輸省 正 〇 奥戸 達行

1. はじめに

本研究は、各種非定常スเปクトルの定義の妥当性を検討し、降水量時系列、地震波に対して適用を試み、それらを通じて、新しい非定常スเปクトルの定義を提案しようとするものである。

2. 種々の非定常スเปクトルの基本的な考え方と定義の妥当性の検討

a. Evolutionary Spectrum (Priestley)

非定常過程にはパワースペクトルが非定常なものと定常なものとの積で表わされる場合があるという考えから出発し、ある周波数が卓越しその振幅が時間とともに変化している現象の解析に適切なものである。しかし、直感的な印象を数式化したもののだけに、数学的に普遍性に欠け、適用範囲も広くない。

b. Instantaneous Spectrum (Page)

スเปクトルの持つ物理的な意味(各周波数成分の平均パワーへの寄与率)を現時点に重点をおいて定義し直したもので、瞬間のパワーをその時点でのエネルギー増加率で表わしている。これは現時点までの情報のみを用い、数学的にも整然とした定義であるが、解析された結果が奇巧で現象の理解にはあまり役に立たない。

c. Generalized Spectrum (Bendat & Piersol)

定常確率過程の定義を数学的に非定常にまで拡張したもので、Generalized Spectrumと略するのがふさわしい。この定義ではスเปクトルの計算にあたってはすべての時間領域のデータが必要で予測という観点からは問題がある。定義の中の時刻は「時刻を中心にしてみるときに」という程度の意味しかもたない。

d. Physical Spectrum (Mark)

現時点近傍での各周波数成分の時系列エネルギーへの寄与分という物理的意味をフィルタリングの考えを用いて数式化しており、スเปクトルが自然に定義されている。しかしフィルター系操作のためにウィンドウ幅より長い周期のものはとらえられず、またウィンドウを選ぶ時に任意性が入る。

e. Modified Physical Spectrum (Kameda , Sawamoto)

スเปクトルを計算する際のフィルター系が振動応答系であることから出力振動をバネ系の運動のように考え、位置エネルギーと運動エネルギーの和として非定常確率過程の瞬間パワー スペクトルを定義している。

3. 二、三の適用例

ここでは、Moscowの月降水量変動、El Centroの地震加速度に対して、Pageの定義とMarkの定義による非定常スเปクトル解析を行った。その結果が、Fig-1〜3である。こ

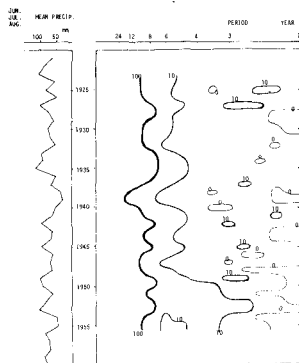


Fig. 1 Contour Map of Energy of Physical Spectrum (Moscow Monthly Precipitation)

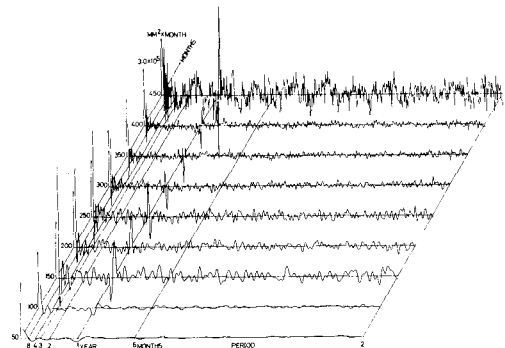


Fig. 2 1ps of Monthly Precipitations (Moscow, 1921-60)

れらはすべて時間の経過とともに変化するスペクトルを示すが、それがそのまま定常確率過程の特性を表わすものでないことに注意しなければならない。

4. 新しい非定常スペクトルの定義の提案

以上の検討や実際の現象への適用結果に対する考察をもとに、非定常スペクトルの新しい定義を提案する。

時系列 $x(t)$ に角周波数 ω の波がどれだけ含まれているかを調べるためには、少なくとも $2\pi/\omega$ の時間間隔が必要である。そこで

$$\tilde{x}_{\omega}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{t-2\pi/\omega}^t x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$$

のように、各角周波数成分 $\tilde{x}_{\omega}(t)$ の算出にあたっての範囲をそれぞれの角周波数により異なる区間 $[t - \frac{2\pi}{\omega}, t]$ に採る。この時、各角周波数の波のエネルギーの ensemble 平均は次のようになる。

$$\langle |\tilde{x}_{\omega}(t)|^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \langle \int_{t-2\pi/\omega}^t x(\tau_1) x(\tau_2) e^{-i\omega(\tau_1-\tau_2)} d\tau_1 d\tau_2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \iint_{t-2\pi/\omega}^t \langle x(\tau_1) x(\tau_2) \rangle e^{-i\omega(\tau_1-\tau_2)} d\tau_1 d\tau_2$$

Page の瞬間パワースペクトルは数学的に厳密に考え、瞬間という意味を現時点でのエネルギーの増加率として表わしているが、ここでは、エネルギーが $2\pi/\omega$ の時間で計算されるものであることを考え、その間の平均エネルギーをパワースペクトルと定義するほうが妥当と考えた。結局、次の式で非定常スペクトルを定義する。

$$\tilde{\phi}(\omega, t) = \frac{\omega}{2\pi m} \langle |\tilde{x}_{\omega}(t)|^2 \rangle = \frac{\omega}{4\pi^2 m} \iint_{t-2\pi/\omega}^t \langle x(\tau_1) x(\tau_2) \rangle e^{-i\omega(\tau_1-\tau_2)} d\tau_1 d\tau_2$$

この新しく提案された非定常スペクトルは、Mark の物理スペクトルと比べると、時系列に乗ずるウィンドウの幅を各成分の角周波数に応じて採っている点が異なり、これにより有効定義域の制限がなくなっている。また Page の瞬間スペクトルと比べると、各周波数成分のエネルギーの増加という物理的意味が数学的にも無理なく表現していると思う。

5. おわりに

本研究で検討、提案された非定常スペクトルの性質を整理し比較したものが右表である。解析の手法としては、「定義の一般性」、「結果の解釈」、「適用範囲」のすべてにおいて満足しうるものが望まれる。ここで提案するものは、これらの要求に応えうるものと思われる。なお、この方法による適用例は発表時に示す予定である。 <参考文献>

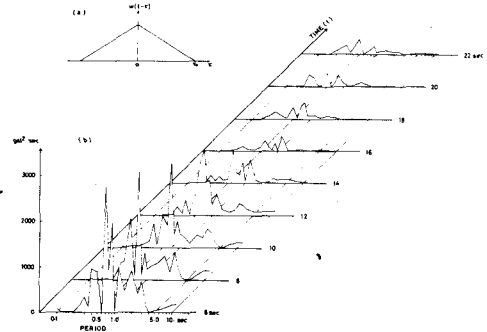


Fig. 3 (a) Time Window and (b) Corresponding Physical Spectra of N-S Accelerogram of Imperial Valley Earthquake at EL Centro, California in 1940

	定義の一般性	定義法の物理性 数 学 性	現象の解釈	有効周波数範囲
Priestley - evolutionary spectrum	△	物理的・直感的	○	狭 い
Page - instantaneous spectrum	○	物理的意味を拡張し、数学的に定義	×	○
Bendat & Piersol - generalized spectrum	○	数学的拡張	△	○
Mark - Physical spectrum	○	物 理 的	○	狭 い
修正 Physical spectrum	○	物 理 的	○	狭 い
新たに提案する非定常スペクトル	○	物 理 的	○	○

1. Page, Chester H., Instantaneous Power Spectra, J. Applied Physics, Vol. 23, No. 1, 1952
2. Priestley, M. B., Evolutionary Spectra and Non-Stationary Processes, J. Royal Statistical Society, Ser. B., No. 2, 1965
3. Bendat, Julius S. and Allan G. Piersol, Measurement and Analysis of Random Data (New York: John Wiley, 1966)
4. Mark, W. D., Spectral Analysis of the Convolution and Filtering of Non-stationary Stochastic Processes, J. Sound Vib., Vol. 11, No. 1, 1970.
5. Liu, Shin-Chi, Evolutionary Power Spectral Density of Strong-Motion Earthquakes, Bull. Seismological Society of America, Vol. 60, No. 1970
6. ———, An Approach to Time-Varying Spectral Analysis, Proc. ASCE (EM1), 1972
7. 亀田 弘行, 強震地震動の非定常パワースペクトルの算出法に関する一考察, 土木学会論文報告集 No. 235, 1975
8. 日野 竹内, 穴戸, 非定常確率過程としての水文現象の解析, 第19回水理講演会論文集.