II-67　多変量解析による降雨分布に関する一考察

金沢大学工学部　正員　高瀬信忠
石川工業高等専門学校　正員　○畑　時男

1. はじめに

水工計画の基礎となる水文諸量は自然界の多くの因子によって左右され，これらの諸因子の結合結果によって発生するものである。特に降雨現象は流出現象の供給源として水文量の基本量であり，従来から多くの降雨現象に対する統計解析がなされてきた。そして近年，降雨現象への多変量解析の立場からのアプローチもなされるようになり，降雨の時間的・空間的分布特性が明らかにされるようになってきた。

本報告はこれらの成果をもとに，石川県の手取川流域についての月降雨量の地域的分布について，多変量解析の立場から，流域内の各地点雨量に大きな影響を及ぼす因子について，更にこれらの因子と流域平均降雨量との関係について考察を加えてみた。

2. 降雨因子及び流域平均雨量の推定

(1) 因子分析による降雨因子の推定　　流域内の数個の観測所の月降雨量の分布に影響を及ぼす共通因子及びその影響度の推定のため，因子分析法を適用した。因子分析法は誤差と特殊因子の影響を除去し，P個の変量 X_i ($i=1,\cdots,P$) から共通因子を見いだそうとする方法で，その基本式は次式で示される。

$$\underset{\sim}{X}=\underset{\sim}{\mu}+\Lambda\underset{\sim}{f}+\underset{\sim}{e} \tag{1}$$

式(1)において，$\underset{\sim}{X}$ はP次の変量ベクトル，$\underset{\sim}{\mu}$ は変量 X_i のP次の期待値ベクトル，$\underset{\sim}{f}$ は m ($m<p$) 次の共通因子ベクトル，$\underset{\sim}{e}$ はP次の誤差ベクトル，Λ は ($p\times m$) の因子負荷行列である。

因子分析は式(1)の因子負荷行列を求めることであり，この行列の要素である因子負荷量を知ることによってP種の変量を幾つかのグループに分けることができ，標本特性の簡略化もできる。幾つかの基本仮定をもとに，因子負荷行列 Λ を簡略法であるセントロイド法で求める。このセントロイド法は互いに直交する因子軸がP個の変量ベクトルの重心を通るように選ばれる。第 i 因子負荷量ベクトルは次式で与えられる。

$$\underset{\sim}{\lambda}_i=(\Lambda\Lambda'-\sum_{k=0}^{i-1}\underset{\sim}{\lambda}_k\underset{\sim}{\lambda}'_k)\underset{\sim}{1}\Big/\Big\{\underset{\sim}{1}'(\Lambda\Lambda'-\sum_{k=0}^{i-1}\underset{\sim}{\lambda}_k\underset{\sim}{\lambda}'_k)\underset{\sim}{1}\Big\}^{1/2},\quad \Lambda=(\underset{\sim}{\lambda}_1,\cdots,\underset{\sim}{\lambda}_m) \tag{2}$$

式(2)の $\Lambda\Lambda'$ は未知で，通常標本相関行列の対角要素を各列の最大の要素でおき換えたものが使われる。以上のようにして求められる因子負荷行列 Λ は一意的に定まらず，このため基準軸の回転を行ない，Λ^* を推定する。バリマックス法は次式を最大にするような回転法である。

$$\varphi=\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{p}\Big[\frac{\lambda^{*2}_{ij}}{\gamma_{ii}}-\Big(\frac{1}{p}\sum_{i=1}^{p}\frac{\lambda^{2}_{ij}}{\gamma_{ii}}\Big)\Big]^2,\quad \gamma_{ii}\,;\ \Lambda\Lambda'\text{の第}i\text{対角要素} \tag{3}$$

上式より求められた因子負荷量行列 Λ^* をもとに，降雨の地域的分布に影響を与える因子について考察する。

(2) 主成分分析による流域平均雨量の推定　　流出解析における降雨の地域的分布は流域平均降雨量を使用することによって考慮されるが，これは流域内外の観測所の降雨量から求められる。ティーセン法による流域平均降雨量 $\overline{X}_T$ は地点降雨量 X_i から次式で推定される。

$$\overline{X}_T=\sum_{i=1}^{p}a_iX_i,\qquad a_i\,;\text{支配面積率}\quad \sum_{i=1}^{p}a_i=1 \tag{4}$$

式(4)の a_i はティーセン法においては観測所相互の平面的位置関係によって一意的に決定される。しかし a_i は降雨分布の地域的変動によって当然変化するであろうし，また季節によっても変化するであろう。この a_i を主成分分析によって求め，その季節的変動を求める。

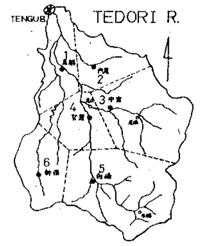

図-1 手取川流域図

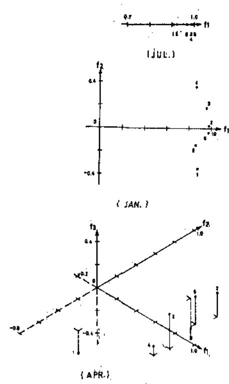

図-2 観測所因子負荷量の分布

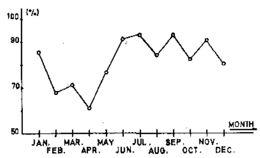

図-3 固有値比率の月変動

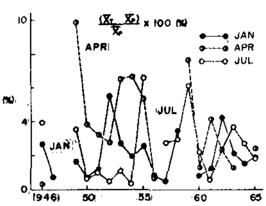

図-4 二方法による流域平均雨量差

主成分分析はp個の変量X_i($i=1,\cdots,p$)に線型変換をして，変量の変動する状態をできるだけ多く説明し得る新しい1組の相関のない合成変量を大きい方から順に取り出そうとする方法であるといえる。主成分分析の基本式は次式で与えられる。

$$Y = X'b, \qquad b' = (b_1, b_2, \cdots, b_p) \qquad (5)$$

式(5)のbは合成変量Yの分散を$b'b=1$の条件のもとで最大にするようなbとして推定される。このようなbは次式を満足する。

$$(\Sigma - \lambda I_p)\,b = 0, \qquad \Sigma;\text{分散共分散行列} \qquad (6)$$

式(6)におけるλはラグランジュの未定係数であるが，Σの固有値として求められ，一方bはλに対応する固有ベクトルとして与えられる。これらのことより，支配面積率a_iは式(6)における最大固有値λ_1に対応する固有ベクトルb_1の要素より次式で与えられ，またp個の固有値λ_iとΣの間には次式の関係がある。

$$a_i = b_i \Big/ \sum_{i=1}^{p} b_i, \qquad b_i;\ b_1\text{の}i\text{番目の要素} \qquad (7)$$

$$\sum_{i=1}^{p} \lambda_i = tr(\Sigma) \qquad (8)$$

式(8)より最大固有値の全固有値の和に対する割合が大きい程，X_iの変動をよく説明すると考えられ，この際のa_iは降雨分布をよく反映したものと考えられる。

(3) 適用例　図-1は手取川天狗橋地点の流域図であり，番号は雨量観測所を示す。また破線はティーセン法の支配面積の領域を示す。図-2は各観測所の因子負荷量の分布を示す。これによると1月は第2因子，4月は第3因子，7月は第1因子まで抽出されている。第1因子負荷量は4月の鳥越(X_1)を除いて0.8を越え，特に7月にはすべて0.9を越え，流域内に広範囲に影響する因子であることを示唆している。第1因子は気象因子，特に気圧配置に関係する因子であろうし，第2因子以下は地形に関係する因子であろう。また7月は降雨の地域分布には気象因子が強い影響を与え，1月，4月には気象因子だけでなく，地形因子も影響を与える。更に，月ごとに因子負荷量は変動しているが，鳥越(X_1)は他の観測所と性格を異にし，内尾(X_2)，白峰(X_5)，新保(X_6)は類似性が強い観測所であるといえる。図-3は最大固有値の全固有値の総和に対する比率の月変動を示したものである。第1主成分の寄与率は冬季，春季を除いて0.8以上であり，特に第1因子のみ抽出された月では90%以上の寄与率を示す。逆に冬季・春季では80%以下で幾つかの要因が降雨分布に影響していることを示唆している。また各月の支配面積率a_iは第1主成分の寄与率が高い月では各観測所ともほぼ一定の値をとり，流域内の降雨量分布がほぼ一様に分布していることがうかがえる。また第1主成分の寄与率が低い月では，各観測所ごとに大きく異なり，降雨分布の地域的変動が激しいことがうかがえる。図-4はティーセン法と主成分分析法による方法の流域平均降雨量の差を示したものである。第1主成分の寄与率が高い月は一般的に両者の差は小さく，低い月は大きいようであり，降雨変動の大きい場合には精度が劣る。しかし，総体的にみて両者の差は冬季・春季を除けば高々数%程度であり，ティーゼン法の信頼度は高いようである。

終りに計算に当たり多大な御協力を頂いた高木光雄君（現東京都庁）に厚く御礼申し上げます。

参考文献；1)井口晴弘；多変量解析とコンピュータプログラム，日刊工業新聞社，1972.
2)星，風間；降水量の流域特性とシュミレーションについて，第27回土木学会年次講演会概要集，1972.
3)星，千葉；流域平均降雨量の算定に関する一考察，第29回土木学会年次講演会概要集，1974.