

名城大学 正会員 伊藤 政博

1 はじめに

波の作用による海浜変形に関する研究は古くから今日に至るまで多くの研究者によって、実験・観測・調査が行われ、数多くの研究結果が発表されている。筆者は平衡海浜形状と水理量との間に関係式を設定するために、発表された実験データを整理・集約して、多変量解析を行なった。本報告では、その第一段階として、平衡海浜形状の特性、すなわち初期浜形状からの汀線の変動量(従属変数あるいは目的変数)とこれに影響を与えている無次元水理量(独立変数あるいは説明変数)との間に非線形関数式(束縛関数)を設定し、この式の確立を行なった。

表-1. 多変量解析の分析手法の種類

パターン	主 目 的	分 析 手 法	
		量的なデータ	質的なデータ
1 型	予測・関係式の発見	重回帰分析、正準相関分析	数量化I類
2 型	諸変量の統合・分類	主成分分析、因子分析	数量化II類
3 型	標本の分類	判 別 分 析	数量化II類
4 型	検 定	分 散 分 析	

多変量解析(Multivariate Analysis)は、二つ以上の特性(ここでは汀線の変動量)が二種類以上の変量の組で表現される場合、多次元分布法則にもとづいて統計的な推論を試み、現象を抽象化する一つの統計的手法である。多変量解析の手法をその目的別に分類すると、表-1で表わされる。結局、この研究では重回帰分析を使用する。

2 次元解析

波による海浜変形過程に関して、特に初期浜形状からの前進・後退量 x_{sl} は従来の研究で、次のように表わされている。

$$\frac{x_{sl}}{L_0} = f_1 \left[\frac{h}{L_0}, \frac{d_m}{H_0}, i_0, \frac{H_0}{L_0}, \frac{T}{T_0}, \left(\frac{\rho}{\rho_s} - 1 \right), \frac{U}{d_m \sqrt{g H_0}}, \phi \right] \quad (1)$$

ここで、 x_{sl} : 静水圏にわたる汀線の初期浜形状からの前進・後退量、 h : 造波木橋一様水深部での水深、 d_m : 底質物質の平均粒径、 H_0 : 波浪の高さ、 L_0 : 波浪の長さ、 i_0 : 初期浜形状(勾配)、 T : 波の作用時間、 T_0 : 波の周期、 ρ : 底質物質の密度、 ρ_s : 液体の密度、 U : 液体の動粘性係数、 g : 重力の加速度、 ϕ : 底質物質の水深安息角である。平衡状態下での海浜変形の x_{sl}/L_0 を検討する場合、従来の研究では、波の作用時間の効果 T/T_0 、水の粘性効果 $U/(d_m \sqrt{g H_0})$ 、水深の効果 h/L_0 は削除しているが、ここでは含めることにする。しかし、底質物質の安息角の効果 ϕ は、この値を記述している研究報告が乏しいので、データの収集上困難となるため式より除外する。

3 重回帰分析

一般の重回帰分析のモデルは従属変数 y と p 個の説明変数 $x_1, x_2, \dots, x_p$ の間に式(2)の関係を設定し、 y を p 個の変数で説明するものである。

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_p) + \varepsilon \quad (2)$$

この式で、 ε は $x_1, x_2, \dots, x_p$ で y を説明できない部分を表わし、誤差項といわれる。式(2)の $f(x_1, x_2, \dots, x_p)$ を $x_1, x_2, \dots, x_p$ の1次式と仮定すると、母数 $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ との関係で式(3)のように表わす。

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_p x_p + \varepsilon \quad (3)$$

いま、観測値として、 y と $x_1, x_2, \dots, x_p$ が各 n 個得られる場合、 i 番目の観測値を $y_i, x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}$ ($i=1, \dots, n$) とすれば、式(3)は式(4)の行列表示を用いて、次のように表わすことができる。

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (5)$$

$$Y \equiv \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_i \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad X \equiv \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{i1} & x_{i2} & \cdots & x_{ip} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}, \quad \beta \equiv \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix}, \quad \varepsilon \equiv \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_i \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (4)$$

したがって、最良回帰式を推定するために式(5)の各数ベクトル β を求めれば良いことになる。ここでは、式(1)の最良回帰式として、非線形の乗積模型を設定する。

$$\exp\left(\frac{x_{sl}}{L_0}\right) = \exp(\beta_0) \left(\frac{h}{L_0}\right)^{\beta_1} \left(\frac{d_m}{H_0}\right)^{\beta_2} (i_0)^{\beta_3} \left(\frac{H_0}{L_0}\right)^{\beta_4} \left(\frac{t}{T}\right)^{\beta_5} \left(\frac{\sigma}{\sigma} - 1\right)^{\beta_6} \left(\frac{V}{d_m \sqrt{g H_0}}\right)^{\beta_7} \varepsilon \quad (6)$$

式(6)の両辺に自然対数をとると、

$$\frac{x_{sl}}{L_0} = \beta_0 + \beta_1 \ln\left(\frac{h}{L_0}\right) + \beta_2 \ln\left(\frac{d_m}{H_0}\right) + \beta_3 \ln(i_0) + \beta_4 \ln\left(\frac{H_0}{L_0}\right) + \beta_5 \ln\left(\frac{t}{T}\right) + \beta_6 \ln\left(\frac{\sigma}{\sigma} - 1\right) + \beta_7 \ln\left(\frac{V}{d_m \sqrt{g H_0}}\right) + \ln \varepsilon \quad (7)$$

ここで、 $y = x_{sl}/L_0$, $x_1 = \ln(h/L_0)$, $x_2 = \ln(d_m/H_0)$, $x_3 = \ln(i_0)$, $x_4 = \ln(H_0/L_0)$, $x_5 = \ln(t/T)$, $x_6 = \ln(\frac{\sigma}{\sigma} - 1)$, $x_7 = \ln[V/(d_m \sqrt{g H_0})]$ とすると、式(7)は式(3)に帰着させることができる。n個の資料に対しては、式(5)で表示することが出来る。結局、式(7)の各数 β を推定すれば所要の目的が達せられる。式(7)の各数の推定には幾つかの方法があるが、変数選定を含む Entropy 法の段階的回帰手順によって計算する。この方法は、最終方程式に含まれる変数に対する最小二乗解を与えるものではない。すなわち、最も相関の高い変数 x_j を選定して、回帰方程式に当てはめ、残差 $y - \hat{y}$ を計算する。そこで、残差

を応答と考え、この応答と最も高い相関を持つ x (残っているものの中で) に対する回帰を考えるものである。図-1はこの計算に使用するデータ $n=118$ 個をプロットしたものである。表-2は計算に使用する変数の最小・最大値を示している。

これらのデータの計算結果は講演時に発表する予定である。

最後に、この研究を進めるに当たり、東大防災研究所土屋教授に指導を頂いたことに對して謝意を表します。

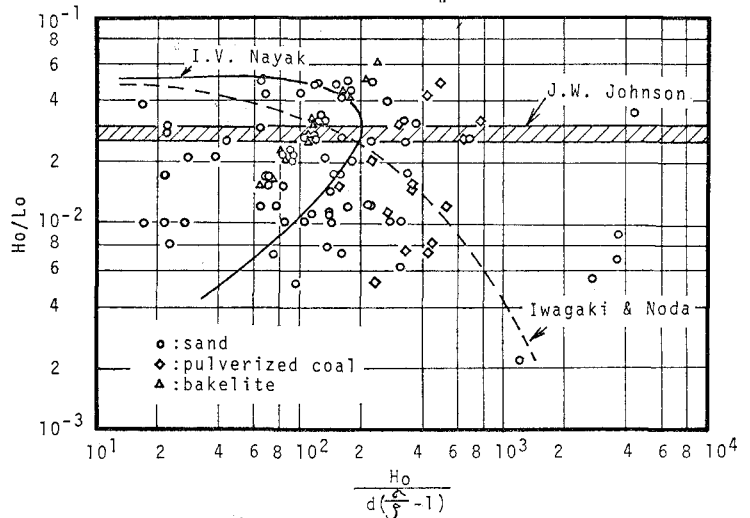


図-1. 最良回帰式の推定に使用するデータ。

表-2. 従属変数と独立変数の最小・最大値。

Variables	Criterion variable	Predictor variables							Remerkes	
	$\frac{x_{sl}}{L_0}$	$\frac{h}{L_0}$	$\frac{d_m}{H_0}$	i_0	$\frac{H_0}{L_0}$	$\frac{t}{T}$	$(\frac{\sigma}{\sigma} - 1)$	$\frac{V}{d_m \sqrt{g H_0}}$	$\frac{H_0}{d_m (\frac{\sigma}{\sigma} - 1)}$	$\frac{\log}{(HoT)^2}$
Minimam	-0.96	0.001	0.00013	0.042	0.0023	225	0.6	0.0003	17.62	5.2
Maximam	1.28	0.324	0.0344	0.2	0.060	705600	1.71	0.01	3856.7	15625