

大阪大学工学部 正員 榎木 亨

大阪大学大学院 学生員 〇中村孝幸

大阪大学大学院 学生員 三木秀樹

1. まえがき

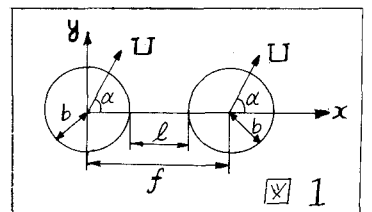
複数円柱であるがための流体力学に及ぼす干渉効果については、すでに回折理論結果があるが、円柱径と波長との比 D/λ の比較的小さな実際の場合に対応する領域では、卓越する抗力項の評価ができていない欠点があり、また波動の2次元の広がり考えるためのベッセル関数を含むかなり難解な式となる。そこで、 D/λ の小さな領域では、流体力学に及ぼす干渉効果が有意となるのは、円柱間距離が円柱径の数倍程度であることを考えると、波動の空間的な変動を無視して、振動流と仮定して流体力学効果を算定しても大きな差異はないものと考えられる。このような観点より、本研究では、 D/λ の小さな領域を対象として、振動場を振動流と仮定し、円柱の存在を2重書き出しで表現し、複数円柱の場合それら円柱間での互いの鏡像2重書き出しをとり、そして複数円柱の存在する場合の複素ポテンシャルを決定し、非定常ブラジウスの式を用いて流体力学を求め、干渉効果を明らかにしようとするものである。この方法を用いれば抗力項の干渉効果についても明らかにすることができ、解析的にも回折理論と比べて容易であって、二種の手法を用いたものに、パイプラインの底面境界存在の影響を論じた Nath¹⁾の研究がある。

2. 理論

流速 U を有する流体中におかれた半径 b の2本円柱による干渉効果は、円柱中心に流体に相対的な方向に運動する2重書き出しを仮定し、Milne-Thomson²⁾の円定理から得られる他円柱に対する鏡像2重書き出しの無限列による複素ポテンシャルの総和 w で表わされる。この技巧の誘導は L.H. Carpenter³⁾ によって詳述されている。3本円柱についても同様の誘導ができる。この w を非定常ブラジウスの定理を用いることにより、(1)式から円柱 k に作用する流体力が求められる。ここで F_x, F_y は流体力の x 方向および y 方向成分、 $z = x + iy$ であり

$$F_x - i F_y = \frac{1}{2} i \rho \int_{(k)} \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 dz - i \rho \frac{\partial}{\partial t} \int_{(k)} \phi d\bar{z} \quad (1)$$

$w = \phi + i\psi$, ϕ は速度ポテンシャル, ψ は流れ関数である。(1)式右辺第1項により、流体の方向から縦列円柱では抗力係数 C_D , 並列円柱では揚力係数 C_L の干渉効果として、 C_D', C_L' がそれぞれについて得られる。ダランベールのパラドックスからポテンシャル流中の単円柱における(1)式右辺第1項による力は0であることから、 C_D', C_L' の値はあくまでも干渉効果による付加的な量であり、これらの値に単円柱における実験値 C_{D0}, C_{L0} を加えたものが複数円柱における抗力係数 C_{Dw} , 揚力係数 C_{Lw} の値と考えられる。3本円柱の中央円柱では、幾何学的対称性から(1)式右辺第1項の効果は相殺される。(1)式右辺第2項からは各々の場合について、慣性係数 C_M の干渉効果が得られるが、この値は複数円柱の慣性係数 C_{Mw} の値をそのまま示すこととなり、ポテンシャル理論における単円柱の値が2であることから、 $C_{Mw} - 2 = C_M'$ が複数円柱である時の干渉効果と考えられる。いま2本円柱を図1のように配置し、2重書き出しの運動方向と入軸とのなす角を α とすると、縦列円柱では $\alpha = \pi$, 並列円柱では $\alpha = \pi/2$ として C_{Mw} は(2)式で、縦列円柱の C_D' および並列円柱の C_L' は、(3)式で表わされる。ただし、 $f_1 = b^2/f$, $f_2 = b^2/(f-f_1)$, $f_3 = b^2/(f-f_2)$, $B = \left(\frac{2b}{f + \sqrt{f^2 - 4b^2}} \right)^4$, $A_1 = -\left(\frac{b}{f} \right)^2$, $A_2 = \left\{ \frac{b^2}{f(f-f_1)} \right\}^2$, $A_3 = -\left\{ \frac{b^3}{f(f-f_1)(f-f_2)} \right\}^2$



$$C_{MW} = 2 \left[e^{i\alpha} - \left(\frac{b}{f}\right)^2 e^{-i\alpha} + \left(\frac{b}{f}\right)^2 \left(\frac{b}{f-f_1}\right)^2 \left\{ e^{-i\alpha} - \left(\frac{b}{f-f_2}\right)^2 e^{-i\alpha} \right\} \frac{1}{1-\beta} \right] \quad (2)$$

$$C_D' \text{ or } C_L' = 4\pi \left[\left(\frac{b}{f}\right)^3 e^{2i\alpha} + \left(\frac{b}{f-2f_1}\right)^3 A_1^2 e^{-2i\alpha} + \left(\frac{b}{f-2f_2}\right)^3 \frac{A_2^2 e^{2i\alpha}}{1-\beta} + \left(\frac{b}{f-2f_3}\right)^3 \frac{A_3^2 e^{-2i\alpha}}{1-\beta} + 2\left(\frac{b}{f-f_1}\right)^3 A_1 + 2\left(\frac{b}{f-f_2}\right)^3 \frac{A_2}{1-\beta} + 2\left(\frac{b}{f-f_3}\right)^3 \frac{A_3}{1-\beta} + 2\left(\frac{b}{f-f_2}\right)^3 \frac{A_1 A_2}{1-\beta} + 2\left(\frac{b}{f-f_1-f_2}\right)^3 \frac{A_1 A_2}{1-\beta} + 2\left(\frac{b}{f-f_2-f_3}\right)^3 \frac{A_2 A_3}{1-\beta} + 2\left(\frac{b}{f-f_1-f_3}\right)^3 \frac{A_1 A_3 e^{-2i\alpha}}{1-\beta} \right] \quad (3)$$

3. C_D, C_L, C_M に及ぼす干渉効果について

(1)式右辺第1項による添体力は、2本縦列円柱ではそれぞれの円柱中心を結ぶ線上に、反発するように作用する。このため抗力係数としては、前部円柱では $(C_{Ds}-C_D')$ 、後部円柱では $(C_{Ds}+C_D')$ として表わされる。図2は、 $\pm C_D'$ の効果を ℓ/D について示したものである。 C_D' の値は ℓ/D の増加とともに減少する。2本並列円柱では、(1)式右辺第1項による添体力は、添体の進行方向に直角をなす向きに互いにひき合うように作用する。このため(3)式による値は、揚力係数の干渉効果 C_L' を表わす。図3は、この C_L' の値を ℓ/D について示したものである。 ℓ/D の増加とともに C_L' は減少する。 ℓ/D の小さい場合は、 C_L' の値は C_D' に比して非常に大きな値を有する。次に図4は C_{MW} の値を縦列・並列円柱についてそれぞれ2本および3本の場合について ℓ/D について示したものである。3本円柱では、 C_M の値は ℓ/D の小さい領域では若干異なるが、2本円柱のほぼ2倍となっている。また並列円柱と縦列円柱では、 ℓ/D による C_M の効果は全く逆になる傾向を示し、 C_M の値は並列の場合の方が、 ℓ/D の小さい領域ほど大きくなる。 C_D', C_L', C_M のいずれも ℓ/D が2以上では、ほとんど ℓ/D による効果はみられない。なお本実験の $\pi D/L$ は0.14以下であり、この領域で回折理論を用い、2本縦列円柱について周期1.1秒~1.5秒、 $D=2.6\text{cm}, 7.4\text{cm}$ の6ケースについて $\ell/D=0.5, 1, 2$ の場合について求めた C_{MW} の値は、(2)式による結果と非常によく一致し、 $\pi D/L$ による変化はほとんど見られなかった。

4. 極大波力に対する干渉効果

振動流による極大波力 F_{max} は(4)式で表わされる。ただし、 $F_{max} = \text{極大慣性力}, F_{Dmax} = \text{極大抗力}$ である。次にこの(4)式を

$$F_{max} = \begin{cases} F_{max} & F_{max} \geq 2F_{Dmax} \\ F_{Dmax} \left[1 + \left(\frac{F_{max}}{2F_{Dmax}} \right)^2 \right] & F_{max} \leq 2F_{Dmax} \end{cases} \quad (4)$$

用いると複数円柱極大波力 F_{maxW} と単円柱極大波力 F_{maxS} との比は、(5)式のように求められる。

$$\frac{F_{maxW}}{F_{maxS}} = \frac{\gamma_I}{\gamma_D \left[1 + \left\{ \frac{C_{MS}\pi^2}{2C_{DS}(K-C\text{数})} \frac{\gamma_I}{\gamma_D} \right\}^2 \right]} \quad \begin{cases} C_{MS}\pi^2 \geq 2C_{DS}(K-C\text{数}) \\ C_{MS}\pi^2 \leq 2C_{DS}(K-C\text{数}) \end{cases} \quad (5)$$

ただし $\gamma_I = \frac{F_{maxW}}{F_{maxS}} = \frac{C_{MW}}{C_{MS}}, \gamma_D = \frac{F_{DmaxW}}{F_{DmaxS}} = \frac{C_{DS} \pm C_D'}{C_{DS}}$

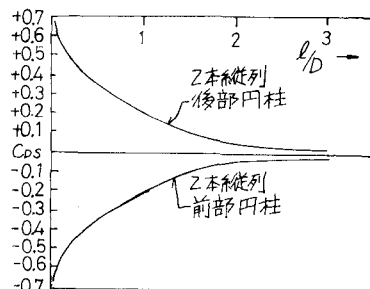


図2 C_D' の効果

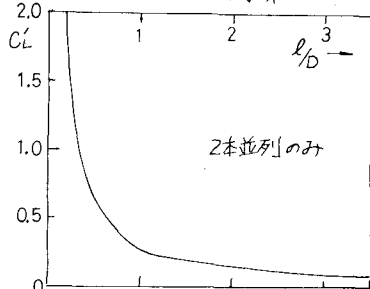


図3 C_L' の効果

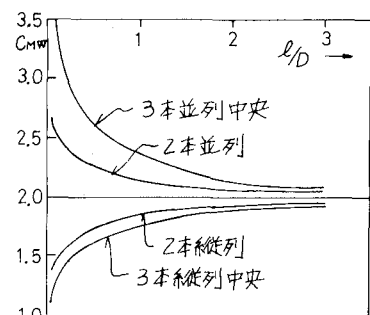


図4 C_M' の効果

図5は、2本縦列の場合の前部円柱に作用する力と単円柱の場合の力との比で示した実験結果を示したものであり、図中実線は(5)式で求めた理論曲線である。この場合(5)式において C_{Ds} については、前述したようにポテンシャル流中において1.0とするため、著者らの単円柱に対する実験結果の平均値1.5を用いた。実験値は非常に大きくばらついているけれども、 L/D 値にかかわらず(5)式で示すように K - C 数の増加とともに F_{maxw}/F_{maxs} が減少する傾向がみられ、定性的には理論曲線とほぼ一致している。 $C_{Ds}=1.5$, $C_{ms}=2$ から(5)式の条件より、慣性卓越領域と抗力卓越領域の境界 K - C 数は6.6となる。図6は2本縦列の場合の後部円柱に作用する抵抗力の理論値を $L/D=0.5, 1, 2$ について示している。 $K-C \leq 6.6$ では L/D の大きいほど F_{maxw}/F_{maxs} は大きく、 $K-C \geq 6.6$ ではその逆の傾向を示すが値自体は $K-C \leq 6.6$ の場合と比して若干小さくなる。また L/D にかかわらず F_{maxw}/F_{maxs} は $K-C \geq 6.6$ において K - C 数とともに増加し、 K - C 数9.5付近から1より大きくなる。この領域では $L/D=1$ と $L/D=2$ の理論値は0.5に比して近くなる。図7は3本縦列円柱の場合の中央円柱についての $L/D=1, 2, 3$ の理論値と $L/D=1$ の場合の実験値を示している。 L/D にかかわらず $K-C \geq 6.6$ で F_{maxw}/F_{maxs} の理論値は K - C 数の増加とともに増加し1に近づいていき、 $L/D=2$ と3における値は $K-C > 13$ でほぼ一致する。 $L/D=1$ の場合、理論値は実験値と定性的には一致している。図8は2本並列の場合について、図9は3本並列の場合の中央円柱についての理論値を示している。いずれも $K-C \geq 6.6$ から K - C 数の増加とともに F_{maxw}/F_{maxs} は減少し、1に近づき L/D が大きいほどその値は小さい。2本並列については $L/D=1$ と2の値は $K-C > 14$ でほぼ一致する。以上のことから L/D による限界値は $L/D=2$ 付近と推定される。

上述のことがら(5)式において $C_{Ds}=1.5$, $C_{ms}=2$ とし、 K - C 数によるこれらの値の交動は考えず、さらに鏡像法による抵抗力干渉効果というものは後述局のような非ポテンシャル的な干渉効果を含んでおらず、ただ円柱の排水効果のみについて言及したものであり、非ポテンシャル的な干渉効果に対する検討がさらに必要であろう。著者らは、この円柱の係流渦の効果についても、他方考察を進めているが、それについては22回海岸工学講義会論文集を参照していただければ幸である。

参考文献

- 1) Yamamoto, T., Nash, J. H., and Slotta, L. S., "Wave forces on cylinders near plane boundary," Journal of The Waterways Harbors and Coastal Engineering Division, WWH4, November 1974, pp 345 ~ 359
- 2) Milne-Thomson, L. M., Theoretical Hydrodynamics, 5th ed, The Macmillan Co., Inc., New York, N. Y., 1958.
- 3) Carpenter L. H., "On the motion of two cylinders in an ideal fluid," Journal of Research of the National Bureau of Standards, Vol 61, 1958, pp 83~89

