

1. 緒言：大口径円柱に作用する波圧・波力に及ぼす波の非線型性の影響を検討するために、波の非線型性を回折理論に導入しようとする研究は、Chakrabartiや著者らによって行われてきた。ところで、両者の理論を比較してみると、Chakrabartiによる解は入射波をSkjelbreiaらによるStokes波の才5次近似解で表し、それぞれの周波数成分に対して線型回折理論をそのまま適用し、円柱壁での境界条件を満足させたものである。しかか、それは自由表面での非線型境界条件も才1次項以外は全く満足していないけれども、入射波と有限振幅波理論の高次解を与えているので、少なくとも円柱から離れた回折波の影響の少ないところでは波の非線型性より適切に表わしている可能性があるし、またその表示式は簡単である。一方、著者らの理論は円柱壁面において波形分配に相当するパラメータの自乗を含む項まで水面における非線型境界条件を満足しているけれども、表示式はきわめて複雑であり、かつ才2次近似解であるので、入射波の非線型性の考慮の程度はChakrabartiの用いた理論に比べて十分でない。そこで、ここでは、両者の理論結果に基づいて大口径円柱に作用する波圧・波力の特性を検討するとともに、実験結果との比較よりそれぞれの理論の適合性を明らかにする。

2. Chakrabartiの方法：Chakrabartiによれば、円柱壁における波圧はBernoulliの定理における速度項および定数項を無視して次式で与えられる。

$$p/\rho g H_0 = -2 \tanh kh (1 + C_1 \lambda^2 + C_2 \lambda^4) (h/H_0) / (\pi kh ka) \sum_{n=1}^5 (-1)^{n+1} \lambda_n \cosh d k (k+Z) \left\{ \left[Y_0' / (J_0'^2 + Y_0'^2) + 2 J_1' \cos \theta / (J_1'^2 + Y_1'^2) \right. \right. \\ \left. \left. - 2 Y_2' \cos 2\theta / (J_2'^2 + Y_2'^2) - 2 J_3' \cos 3\theta / (J_3'^2 + Y_3'^2) + 2 Y_4' \cos 4\theta / (J_4'^2 + Y_4'^2) + 2 J_5' \cos 5\theta / (J_5'^2 + Y_5'^2) + \dots \right] \cos d \sigma t \right. \\ \left. + \left[Y_0' / (J_0'^2 + Y_0'^2) - 2 Y_1' \cos \theta / (J_1'^2 + Y_1'^2) - 2 J_2' \cos 2\theta / (J_2'^2 + Y_2'^2) + 2 Y_3' \cos 3\theta / (J_3'^2 + Y_3'^2) + 2 J_4' \cos 4\theta / (J_4'^2 + Y_4'^2) \right. \right. \\ \left. \left. - 2 Y_5' \cos 5\theta / (J_5'^2 + Y_5'^2) + \dots \right] \sin d \sigma t \right\} \quad (1)$$

ここに、 p ：波圧、 ρ ：密度、 g ：重力の加速度、 h ：水深、 k ：波数、 a ：円柱の半径、 H_0 ：入射波の波高、 λ ：波形分配に相当する微小パラメータ、 λ_n ： λ と kh の間数、 C_i ： kh のみの関数、 σ ：角振動数、 $J_n = J_n(ka)$ ：才 n 種Bessel関数、 $Y_n = Y_n(ka)$ ：才 n 種Bessel関数および $'$ ： kr に関する微分である。ただし、Chakrabartiの用いたStokes波の才5次近似解の位相と係数との関係には疑問があるので、Skjelbreiaらの原論又に従って訂正している。つぎに、式(1)を鉛直方向および円柱まわりに積分すれば、全波力は次式で表わされる。

$$F/\rho g H_0 D^2 = \left[\tanh kh (1 + C_1 \lambda^2 + C_2 \lambda^4) (h/H_0) / \{ \pi kh (ka)^2 \} \sum_{n=1}^5 (-1)^{n+1} \lambda_n \sin h d k h (J_1' \cos d \sigma t + Y_1' \sin d \sigma t) / \right. \\ \left. (J_1'^2 + Y_1'^2) + (h/H_0) \int_0^{2\pi} (k\eta)^2 \cos \theta d\theta / (8\pi kh ka) \right] ; k\eta = k p_{z=0} / \rho g \quad (2)$$

式(2)の才1項は鉛直方向の積分範囲を $Z=0$ とした場合の全波力であり、才2項は最低次の近似における水面変動の全波力への寄与を表わしている。

3. 全波力および質量係数の数値計算結果：図-1は著者らの才2次近似解およびChakrabartiの理論による無次元全波力の最大値 $F_{max}/\rho g H_0 D^2$ と円柱の直径 D と才1次近似解による波長 λ_1 との比 D/λ_1 との関係を示したものであり、図中の $h/H_0 = \infty$ が才1次近似解に相当する。著者らの理論によれば、波の非線型性の影響を表わす h/H_0 の $F_{max}/\rho g H_0 D^2$ に及ぼす影響は h/λ_1 の値が大きい場合にはそれほど顕著でないが、 h/λ_1 の値の小さい場合にはかなり大きい。一方、Chakrabartiの理論によれば、 $h/\lambda_1 = 0.3$ の場合著者らの理論結果と同様の傾向があるけれども、 h/H_0 に対する $F_{max}/\rho g H_0 D^2$ の変化が著者らの結果に比べてはるかに著し

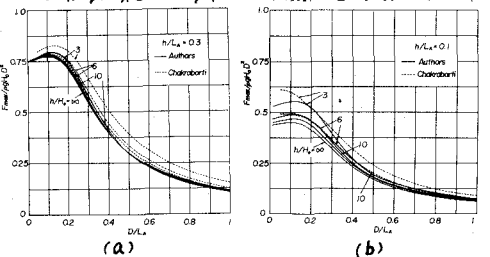


図-1 $F_{max}/\rho g H_0 D^2$ の D/λ_1 による変化

い。また、 $h/L_A = 0.1$ の場合、 $F_{max}/\rho g H_0 D^2$ の値は $6 \leq h/H_0 \leq 10$ でほとんど変化しないのに対して $h/H_0 = 3$ になると、その値は急増している。このように、それぞれの解に基づいた全波力の特性にはかなりの相違が見られるが、その傾向は D/L_A の大きい場合に特に著しい。つきき、図-2 はそれぞれの理論による質量係数 C_H の D/L_A による変化と h/L_A および h/H_0 とパラメータとして示したものである。図から明らかなように、著者らの理論による質量係数は α 1 次近似解より小さくなり、その傾向は h/H_0 および h/L_A の値の小さいときほど著しい。しかし、Chakrabarti の理論による質量係数は $h/L_A = 0.3$ の場合、著者らの結果と逆に h/H_0 の値の減少とともに増大している。また $h/L_A = 0.1$ の場合には質量係数はほぼ著者らの結果と同様の傾向を示すけれども、 h/H_0 に伴う質量係数の変化の割合ははるかに小さい。

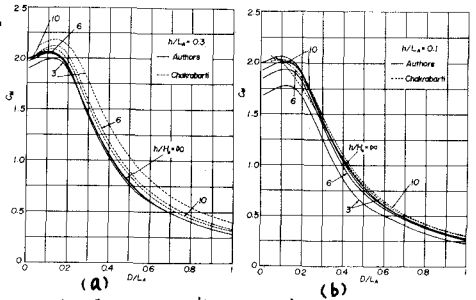


図-2 C_H の D/L_A による変化

4. 波圧および全波力に対する実験結果の比較：図-3 は $\theta = 0^\circ$ に波の峰がきたときの $\theta = 0^\circ$ での無次元波圧強度 $p/\rho g H_0$ の h/H_0 による変化の一例を示したもので、図中の実線、点線および点鎖線はそれぞれ α 1 次近似解、 α 2 次近似解および Chakrabarti の解を表わす。この図をみると、実験結果は h/H_0 の値の減少とともに減少し、その傾向は著者らの α 2 次近似解とよく一致している。しかし、Chakrabarti の理論による結果は実験結果や著者らの解と相違して h/H_0 の値の減少とともに増加し、波の非線型性の影響が逆に現われている。この傾向は式(1)において無視されている圧頂項および Bernoulli の定数項を考慮してもほとんど変わらない。図-4 は $\theta = 0^\circ$ に波の峰がきたときの水平波圧分布の時間的変化を示したものであり、実験結果は波の非対称性を含めて α 2 次近似解とよく一致している。また Chakrabarti の解は前述のように α 1 次近似解よりさらに大きくなって実験結果との対応が悪く、非対称な波圧波形の出現もほとんど説明できない。つきに、図-5

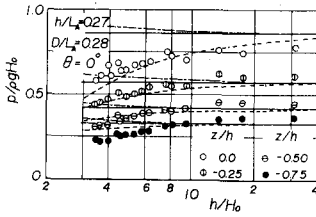


図-3 $p/\rho g H_0$ の h/H_0 による変化

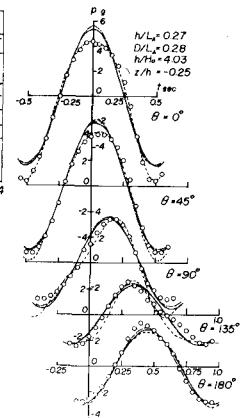


図-4 水平波圧分布の時間的変化

は波力測定系の動特性を考慮して補正した全波力の最大値の実験結果とそれぞれの理論曲線とを比較したものである。この図によれば、実験結果のばらつきは大きいけれども、いずれの場合も著者らの理論曲線の傾向と一致しているといえる。一方、Chakrabarti の理論は h/L_A および D/L_A の値が小さい場合には実験結果より若干過大な値を与えるだけであるが、それらの値が増大するにつれて h/H_0 の減少に伴う $F_{max}/\rho g H_0 D^2$ の増加率は実験結果よりはるかに大きくなる。また、質量係数に対する理論曲線と実験結果との比較を示したのが図-6 である。図中の \circ 印および \bullet 印はそれぞれ著者らおよび Chakrabarti の理論に対応して Stokes 波の α 2 次近似解および α 5 次近似解を用いた慣性力の表示式と実験結果より求めた質量係数であり、 h/H_0 の値の大きい場合には当然ほぼ一致している。この図より質量係数は同一の h/L_A および D/L_A に対して h/H_0 とともに若干減少するという著者らの理論の妥当性ある程度確かめることができる。以上要するに、Chakrabarti の方法は波の非線型性を導入したかに見られるが、やはり水面の境界条件を α 1 次項以外満足していないことが大きな欠点となっているように考えられる。最後に、本研究の実施にあたり、御指導いただいた土屋義人教授に謝意を表す。

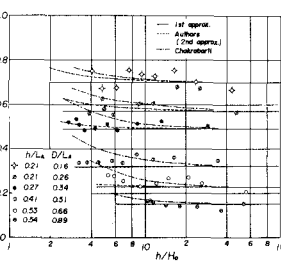


図-5 $F_{max}/\rho g H_0 D^2$ の h/H_0 による変化

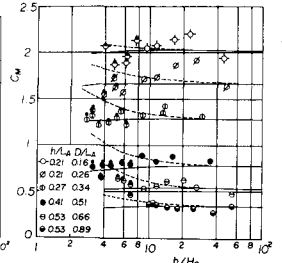


図-6 C_H の h/H_0 による変化

図-5 $F_{max}/\rho g H_0 D^2$ の h/H_0 による変化