

構造物周辺の波浪の有限要素法解析

川崎重工(株) 正員 坂井藤一・岡田兼一

1. まえがき

構造物による波の回折、散乱問題を解析的に取扱うことは非常に困難であり、従来、半無限直線防波堤、円柱および橋脚柱による回折、散乱問題などの、特殊な問題に対してしか解が得られていない。これに対して、Green関数を用いて積分方程式を導きこれを離散化して解く方法¹⁾を用いれば、任意形状構造物に対して解が得られるが水深変化を考慮することは困難である。これを克服する方法として差分法²⁾や有限要素法(FEM)³⁾があるが、この場合、無限に広がるopen seaの扱い⁴⁾が問題となる。ここでは、無限遠での境界条件(放射条件)を満足する解析関数と、構造物周辺のかく乱領域におけるFEM解を接続させることにより、この問題を解決する一手法を示す。この接続境界(仮想境界)においてはFredholm型積分方程式が成立することになるが、これを離散化して変分原理(重みつき残差法)を用いることによりFEM解析を行うことができる。

2. 基礎理論

非粘性、非圧縮、非回転の平面2次元微小振幅波を定常問題として扱う。解析領域を図-1に示す。全領域 Ω を仮想境界 S_p により $\Omega_F + \Omega_A$ に分ける。前者は、水深と境界形状が任意でかつ任意形状構造物の存在を許される閉領域(FEM領域)であり、後者は、かく乱のない様な無限領域(解析解領域)である。

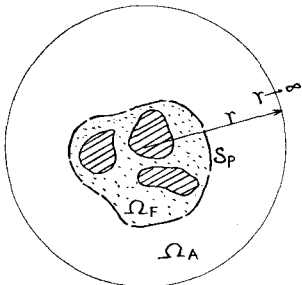


Fig.1 Analysed Region

Ω_A の水面変動 $\bar{\eta}$ は次のように表わす。

$$\bar{\eta} = \eta_0 + \eta_s \tag{1}$$

ここで、 η_0 は地形変化や構造物などのかく乱源のない場合の波であり、 η_s は散乱波である。 η_0 は既知であるので η_s を求めればよい。 Ω_A 領域において、 η_s とこれに対応するGreen関数 g にGreenの公式を適用し、 η_s および g の性質を利用して変形すると次式が導かれる。

$$\eta_s(P) = i \cdot \epsilon \cdot \int_{S_p} \{ \eta_s^{(s)} g_{,n}(P, S) - g_{,n}(P, S) \eta_s^{(s)} \} dS \tag{2}$$

ただし、 $(\cdot)_{,n}$ は外法線方向微分を示し、 ϵ は、 P が S_p 上の点の場合 $1/2$ 、 P が Ω_A 内の点の場合 $1/4$ なる定数である。 S_p 上の η_s および $\eta_{s,n}$ がわかれば、 Ω_A 内の η_s は(2)式から求まり、最終的に(1)式から $\bar{\eta}$ が求められる。

Ω_F の水面変動 $\bar{\eta}$ は次のようにして求める。まず、仮想境界における接続条件

$$\bar{\eta} = \bar{\eta} \quad , \quad \bar{\eta}_{,n} = -\bar{\eta}_{,n} \quad \text{on } S_p \tag{3}$$

および(2)式の離散化を考慮することにより次式を得る。

$$\{ \bar{\eta}_{,n}^c \} = [P] \{ \bar{\eta}_c \} + \{ C_0 \} \quad \text{on } S_p \tag{4}$$

ここで $[P]$ は(2)式の被積分をまとめたマトリックスであり、 $\{ C_0 \}$ は S_p 上での η_0 により定まるベクトルである。これは $\bar{\eta}$ の S_p 上における境界条件として、 Ω_F においてFEM解析を行うことにする。

次の変分原理を考慮する。

$$\delta(X_0 + X_p) = 0 \tag{5}$$

ただし、

$$X_0 = \frac{1}{2} \int_{\Omega_F} \{ [(\bar{\eta}_{,x}^c)^2 + (\bar{\eta}_{,y}^c)^2 - k^2 (\bar{\eta}^c)^2] - [(\bar{\eta}_{,x}^a)^2 + (\bar{\eta}_{,y}^a)^2 - k^2 (\bar{\eta}^a)^2] \} d\Omega \tag{6}$$

$$\delta X_p = \sum_{\Omega_F} \delta S_i \{ \delta \bar{\eta}_c^T, \delta \bar{\eta}_c^T \} \left(\begin{bmatrix} P^{cc} & P^{cs} \\ P^{sc} & P^{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\eta}_c^c \\ \bar{\eta}_c^s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_0^c \\ C_0^s \end{bmatrix} \right) \tag{7}$$

ただし、 $\bar{\eta}^c$ および $\bar{\eta}^a$ はそれぞれ $\bar{\eta}$ の実部および虚部であり、 X_0 および δX_p はそれぞれHelmholtz方程式および仮想境界条件に対応する。これはもとにFEMのマトリックス法を展開するわけであるが、紙面の都合上詳細は省略する。

3. 解析例

本手法の妥当性を検討するため、円柱による回折、散乱問題の解析を試み、Maclamy and Fuchs⁷⁾などによる理論解と比較する。図-2にメッシュ分割を示す。図-3, 4は円柱近傍の波高分布図である。入射波は、波高1.0で長R(長は回折数, Rは円柱半径)は0.5および1.2であり、x軸の負の方向に進行する。現象はx軸に関して対称なので上半分だけを示す。実線はFEM(NEは S_p の分割数)、破線はMaclamy and Fuchsによる理論値である。図-5は、円柱側面に設けられたFEM節点における波高と理論値と比較したものである。これらの図において両者はかなり良く一致しており、FEMの結果は妥当なものと思われる。

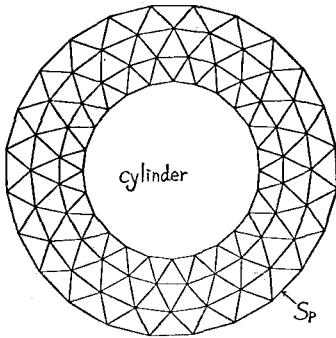


Fig. 2 Mesh Division

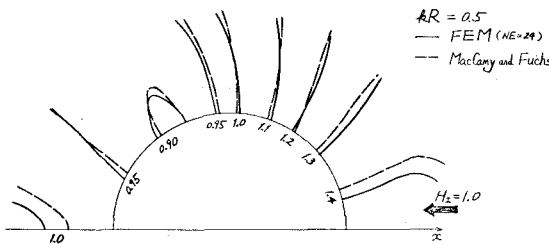


Fig. 3 Wave Amplitude

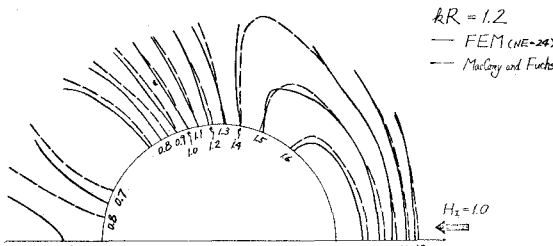


Fig. 4 Wave Amplitude

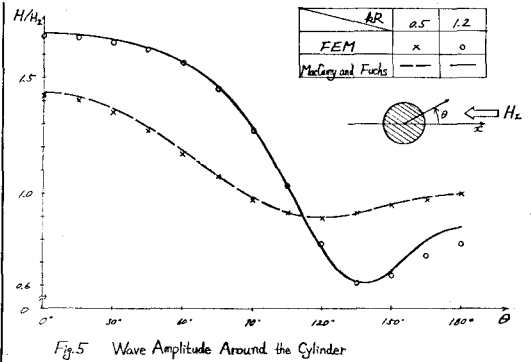


Fig. 5 Wave Amplitude Around the Cylinder

4. あとがき

以上、FEMによる open sea における構造物周辺の波浪解析の一例として、円柱による回折、散乱波の解析を行ない、これらへのFEMの適用が可能であることを示した。なお、FEMの特徴から、任意形状、任意水深の問題と容易に解析し得るので、今後この種の問題への適用を試みていくつもりである。

5. 参考文献

- 1) Daubert, A. et Lebretton, J.C.: Diffraction de la Houle sur des Obstacles a Parois Verticales, La Houille Blanche, Vol. 20, No. 4, 1965.
- 2) 伊藤孝行・谷本勝行: 数値波動解析法とその応用—構造物周辺の波—, 才18回海岸工学講演会論文集, 1971.
- 3) 坂井藤一・河合三四郎: 波動解析への有限要素法の適用, 才20回海岸工学講演会論文集, 1973.
- 4) 坂井藤一・日岡康一: 波動解析への有限要素法の適用(才2報)—湾水振動の解析—, 才21回海岸工学講演会論文集, 1974.
- 5) Berkhoff, J.C.W.: Computation of Combined Refraction-Diffraction, Proc. of the 13th Coastal Eng. Conf., Vol. 2, 1972.
- 6) Chen, H.S. and Mei, C.C.: Oscillations and Wave Forces in a Man-Made Harbor in the Open Sea, 10th Symposium in Naval Hydrodynamics, 1974, Office of Naval Research.
- 7) Maclamy, R.C. and Fuchs, R.A.: Wave Forces on Piles; A Diffraction Theory, Tech. Memo., No. 69, B.E.B., 1954.