

1 はじめに 自由表面を有する非圧縮性流体の運動の数値解析としてMAC法がある。これは、F.H.Harlow, J.E.Welch らにより提案され、その後、R.L.Street, R.K.C.Chanらによって、改良されSUMMAC法が提案されている。改良された主な点は、境界に於いて諸条件を厳密に適用することにある。つまり、自由表面に於ける圧力及びMarker Particlesの速度の計算、斜面上に於ける圧力及び流速の計算が載げられる。しかし、このように改良されてきてはいるが、実際の現象に適用させるのに際し、種々の問題が残っている。特に、斜面上を遡上する波の問題のように、境界面が斜面であるような場合には、計算領域を覆うメッシュとαの関係上、斜面はメッシュの対角線に限定される。傾斜が緩くなると、メッシュは横に細長いものとなり、水平方向と垂直方向の近似度が著しく異ってくる。ここでは、1/20の斜面を遡上する孤立波の変形の計算を例に、種々の問題点を考察してゆく。計算条件としては、水深・波高比  $H_0/d_0 = 0.125, 0.271$  の2つのケースに対し、メッシュの大きさは  $\delta x = 1.00\text{cm}, \delta y = 0.50\text{cm}, \delta t = 0.01\text{sec}$ 、動粘性係数  $\nu = 0$  とし、全2次元を有したまま計算した。

2-1 初期値を与え、時間サイクルが数十回進んでくると、表面のすぐ下の流速、特に垂直流速  $V$  の値が不連続となり、このため循環付近では、水面が乱れてくる。この原因は次のように考えられる。

$$\text{新流速を求める式は、 } \sqrt{i, j+1/2} = V_{i, j+1/2} + \delta t \times \left\{ \frac{V_{i, j}^2 - V_{i+1, j}^2}{\delta y} + \frac{(UV)_{i-1/2, j+1/2} - (UV)_{i+1/2, j+1/2}}{\delta x} + g_{ij} + \frac{\phi_{i, j} - \phi_{i+1, j}}{\delta y} + \nu \left( \frac{V_{i+1/2, j+1/2} + V_{i-1/2, j+1/2} - 2V_{i, j+1/2}}{\delta y^2} + \frac{V_{i+1, j+1/2} + V_{i-1, j+1/2} - 2V_{i, j+1/2}}{\delta x^2} \right) \right\}$$

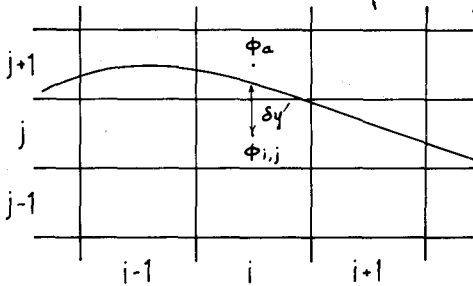


Fig-1

であり、Navier-Stokesの式の  $\frac{\partial \phi}{\partial y}$  は  $\frac{\partial \phi}{\partial y} \approx \frac{\phi_{i, j} - \phi_{i+1, j}}{\delta y}$  と近似されている。この定義に従うとFig-1の場合  $\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\phi_{i, j} - \phi_{i+1, j}}{\delta y}$  となるが、(i, j+1)または、流体外の点であるので、正確に微分したことには、ならない。なぜなら、流体外、つまり大気中では常に  $\phi = 0$  であって、距離  $\delta y$  は何ら意味がなくなる。そこで図の如く、表面までの距離  $\delta y'$  を考え、  $\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\phi_{i, j} - 0}{\delta y'}$  とすると、(i, j+1/2)点での差分として、より精度の良いものになると考えられる。実際、このように定義すると、流速分布が連続なものとなった。

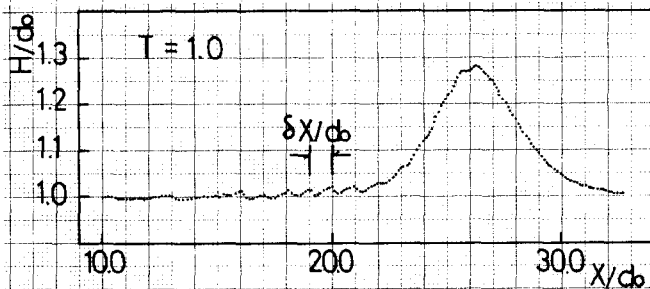
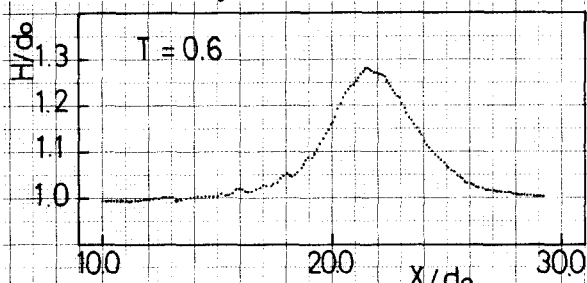


Fig-2

2-2 Fig-2に見られるように、波が進行するに従い、波の後面に乱れが発生する。2つの図と比較すると、乱れが始まっている位置が同一であり、乱れの周期がメッシュの幅と全く一致していることがわかる。このことは、乱れは波の後面で発生し、後方に伝播するのではなく、メッシュの間隔に起

因する乱れがそのまま残留し、波が進むにつれ新しい乱れが発生していることを示している。波頂付近では、垂直流速は波頂の後方で負、前方で正であり、波頂の真下は零である。ところが、波の大きさに対し、メッシュが密でないため、負から急に正となる箇所が、波頂の付近に存在する。Markerの速度は、周囲の値の補間によって求められるのである

から、このように正の値と負の値が隣接している箇所では、不連続な動きにならざるを得ない。波の後面では、常に垂直流速は負であるので、一度このように生じた乱れは、負の速度で移動し、静水面付近まで下降し、そのまま残留することになる。波の前面では、このような乱れが生じていないことから、このような経過が推定される。結局、波の後面の乱れは、波頂のすぐ後で発生し、そのまま残留するものであり、波の後面全体で発生しているのではない。このことは、これらの誤差を消去するためには、メッシュの間隔を十分密にすることの他に、波頂付近のMarkerの速度補間に対し、何らかの条件を加えることにより、消去する方法が考えられることを示している。

2-3 SUMMAC法で改良された奥として、補間の精度が載けられる。これはMarkerの速度と自由表面より上方の値を、Taylor級数展開によって、周囲の情報と多く用い高次の補間を行なうものである。汀線付近に於いては、水深が浅くなり、このような領域では周囲の情報が著しく少なくなる。そのため、汀線付近に於いても高次の補間としようとする、補間に用いる値自体を、何らかの方法によって補間しなければならなくなる。汀線付近で周囲の奥という、自由表面より上方か、あるいは、斜面下の奥に切り替える。斜面下の値と推定する方法としてfree-slip条件と斜面に拡張してみたが、良い結果は(%)  
 得られなかった。又表面より上方の値に於いても斜面に沿う方向の補間を試みたが、思わしい結果は得られなかった。このように、計算領域全体に対して、高次補間を行なうことは、不可能である。本計算では、Welch-Harlowが当初用いた線型的方法によって計算したが、汀線付近に於いては、この方が安定した結果が得られた。

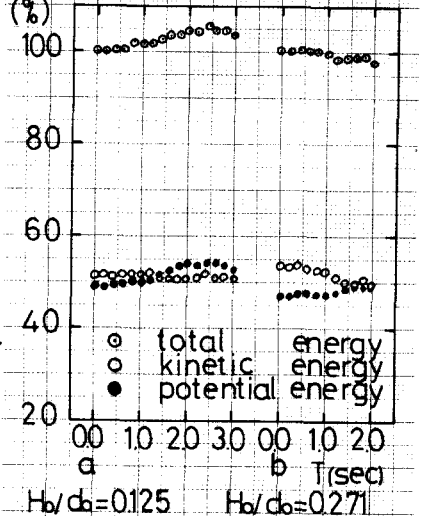


Fig-3

2-4 斜面を越える際の波高の増大率については、既に和岡氏によって指摘されているように、本計算に於いても、物理実験に比べて、かなり大きくなっている。Fig-3は各時間のエネルギーを計算したものであるが、これによると運動エネルギーは(a)ではほぼ保存されているが(b)では減少している。位置エネルギーは両方で増大している。

これは、上述の増大率と考合せると、運動エネルギーの保存は、運動量保存則により考慮されているのに反し、位置エネルギーの保存は間接的にしか考慮されていない

為であると思われる。つまり表面変動に対しても位置エネルギーを保存させるような条件が必要であると思われる。

Fig-4はエネルギー分布を示したもので、これによると、水深が浅くなると、エネルギーが集中し、波形と同様の変化とすることがわかる。

以上、本計算を行う際に生じた疑問とそれに対する若干の考察を述べた。

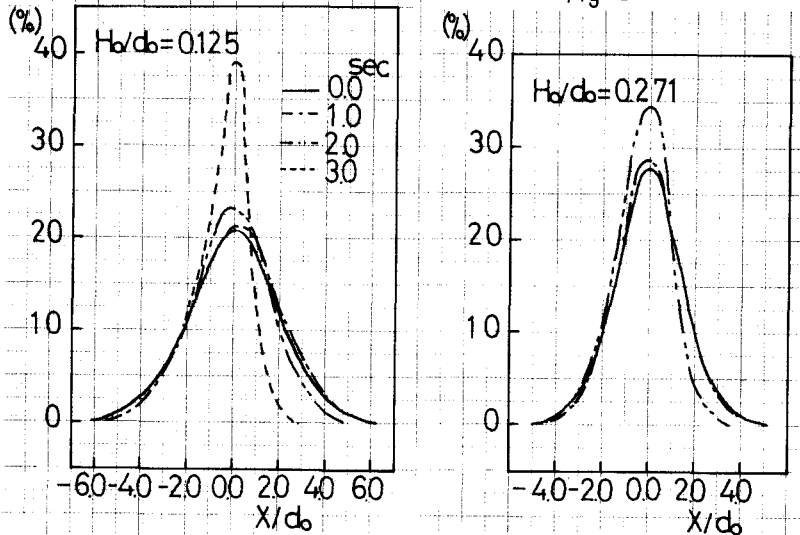


Fig-4