

防衛大学校土木教室 正員 〇石川信隆

〃 研究科 学生員 奥出浩次

〃 土木教室 正員 岡元北海

1. 緒言 弾性限度を越えた変動繰返し荷重を受ける構造物の応答には、(1)漸増崩壊、(2)変形硬化、(3)交番塑性崩壊の3つの状態がある<sup>1)</sup>。したがって、このような荷重を受ける構造物の設計においては、ある指定した終局荷重係数より以下の値で、上記(1)の漸増崩壊と(3)の交番塑性崩壊が起らないようにしなければならない。本研究は、従来の変動繰返し荷重を受ける場合の最適塑性設計法<sup>2,3)</sup>を、さらに組織的に改良して、多又多スピンのラーメン構造物に適用可能ならしめたもので、先に報告した比例固定荷重の場合の繰返し最適塑性設計法<sup>4)</sup>を変動荷重の場合に拡張したものである。

2. 変動繰返し荷重を受ける構造物の最適塑性設計(上界定理に基づく方法)

1つのパラメータに依存する1組の荷重系が、ある規定した範囲内で任意に変動しうるものとすれば、そのような荷重系を受ける曲げ構造物の最適塑性設計は、次のような線形計画法(LP)の問題となる<sup>3),4)</sup>。

未知の変数:  $M_{ph} (h=1, 2, \dots, n)$

目的関数:  $Z = \sum_{h=1}^n M_{ph} L_h \rightarrow \min. \quad (1a)$

制約条件:  $\sum_{h=1}^n a_{ih} M_{ph} \geq \lambda_0 \sum_{j=1}^s (\bar{M}_j^+ \theta_{ij}^+ + \bar{M}_j^- \theta_{ij}^-) \quad (i=1, 2, \dots, q) \quad (1b)$

$\sum_{h=1}^n b_{rh} M_{ph} \geq \lambda_0 \sum_{j=1}^s (\bar{M}_j^+ \theta_{rj}^+ + \bar{M}_j^- \theta_{rj}^-) \quad (r=1, 2, \dots, p-q) \quad (1c)$

$Z M_{ph} \geq \lambda_0 (\bar{M}_j^+ + \bar{M}_j^-) \quad \left( \begin{array}{l} r=1 \text{ のとき } j=1, 2, \dots, S_1; \\ r=2 \text{ のとき } j=S_1+1, \dots, S_2; \\ \vdots \\ r=n \text{ のとき } j=S_{n-1}+1, \dots, S \end{array} \right) \quad (1d)$

$M_{ph} \geq 0 \quad (1e)$

こゝに、式(1a)は構造物全体が最小重量となることを意味し、式(1b)、(1c)は漸増崩壊がそれぞれ基本機構および組合せ機構のうちのいずれにおいても起らないことを保証し、式(1d)は交番塑性崩壊がすべての節点において生じないことを示している。また  $M_{ph}$  = 未知の設計塑性モーメント;  $L_h$  =  $M_{ph}$  が一定である間の部材長;  $Z$  = あるスケルでの構造物の全重量;  $r$  = 設計変数の数を示す記号;  $n$  = 設計変数  $M_{ph}$  の全数;  $i, r$  = 基本機構および組合せ機構を示す記号;  $a_{ih}, b_{rh}$  = 基本機構および組合せ機構  $r$  における  $M_{ph}$  に関与する仮想回転角の係数;  $\theta_{ij}^+, \theta_{ij}^-$  = 基本機構  $i$  における節点  $j$  の正および負側の仮想回転角の絶対値;  $\theta_{rj}^+, \theta_{rj}^-$  = 組合せ機構  $r$  における節点  $j$  の正および負側の仮想回転角の絶対値;  $\bar{M}_j^+, \bar{M}_j^-$  = 節点  $j$  の正および負側の弾性各絡曲げモーメントの絶対値;  $q$  = 節長機構を除く基本機構の全数;  $p$  = 可能な漸増崩壊機構の全数;  $\lambda_0$  = 指定する終局設計荷重係数;  $j$  = 節点を示す記号;  $s$  = 全節点数;  $S_h$  =  $M_{ph}$  に関与する節点のうち最大の節点番号;

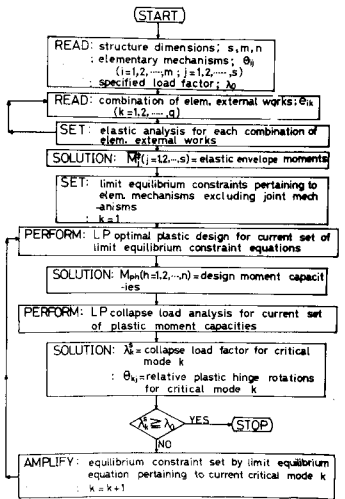


図-1 フローチャート

さて、式(1)を解くには、式(1c)の  $(p-q)$  個のすべての可能な組合せ機構を手作業で探し出す必要があり、構造物が複雑になると事実上式(1)を解くことが不可能となる。よって、次に述べる漸増崩壊荷重解析を用いて、最も危険な組合せ機構を見つけ出し、これを逐次制約条件として付け加えていく方法を用いる<sup>4)</sup>。

3. 変動繰返し荷重を受ける構造物の漸増崩壊荷重解析(変形硬化荷重解析)

上界定理に基づく曲げ構造物の漸増崩壊荷重解析は、次のようなLPとして表わされる<sup>3)</sup>。

未知の変数:  $\theta_{rj}^{\pm} (j=1, 2, \dots, s); t_{ei} (i=1, 2, \dots, m)$

目的関数:  $\lambda_k^s = \sum_{j=1}^s (M_{pj}^+ \theta_{rj}^+ + M_{pj}^- \theta_{rj}^-) \rightarrow \min. \quad (2a)$

制約条件:  $\theta_{rj}^+ - \theta_{rj}^- - \sum_{i=1}^m t_{ei} \theta_{ij} = 0 \quad (j=1, 2, \dots, s) \quad (2b)$

$\sum_{j=1}^s (\bar{M}_j^+ \theta_{rj}^+ + \bar{M}_j^- \theta_{rj}^-) = 1 \quad (2c)$

$\theta_{rj}^+, \theta_{rj}^- \geq 0 \quad (2d)$

こゝに、式(2a)は漸増崩壊機構 $k$ における塑性ヒンジのなす内部仕事が最小となることを示し、式(2b)は漸増崩壊機構 $k$ における塑性ヒンジ $j$ の仮想回転角 $\theta_{rj}$ が基本機構 $i$ の仮想回転角 $\theta_{ij}$ の1次結合となることを意味し、式(2c)は漸増崩壊機構 $k$ における弾性包絡曲りモーメントが単位の外力仕事をなすことを表わしている。また $\lambda_k^s$ は $k$ 番目の組合せ機構の漸増崩壊荷重係数;  $m$ =基本機構の全数;  $t_{ei}$ =基本機構 $i$ が組合せ機構 $k$ を形成する割合を示す係数;  $M_{pj}^+, M_{pj}^-$ =節 $j$ の正および負側の全塑性モーメント; よって、式(2)では全塑性モーメント $M_{pj}^{\pm}$ および弾性包絡曲りモーメント $\bar{M}_j^{\pm}$ を既知として、漸増崩壊荷重係数 $\lambda_k^s$ 、仮想回転角 $\theta_{rj}^{\pm}$ および係数 $t_{ei}$ を求めることになる。

4. 変動繰返し荷重を受ける場合の繰返し最適塑性設計法

変動繰返し荷重の場合も、比例荷重の場合の設計法と同様な方法で設計が可能となる。たゞ異なる点は、図-1のフローチャートで示したように入力データとして、作用荷重による弾性包絡モーメント $\bar{M}_j^{\pm}$ を作成する作業が加わるのみである。

以下図-2に示す2層1スパンラーメンについて説明する。(ただし、こゝでは $\lambda=1, I_1=I_2=2.5I, I_3=I_4=I$ )。まず図-2の荷重系に対する弾性包絡モーメント図を描けば図-3のようになり、これとはりおよびわく形式の基本機構のみを制約条件として設計を行ない、初期の $M_{pk} (k=1, 2, 3, 4)$ をうる。次にこれらを各節 $j$ の $M_{pj}^{\pm} (j=1, 2, \dots, 14)$ として式(2)を解けば図-4および図-5の $k=1$ に対する崩壊機構および荷重係数 $\lambda_k^s=0.852$ がえられる。しかるに $\lambda < \lambda_k^s$ であるゆえ、図-4の $k=1$ を式(2)として付け加え再度設計を行なう。えられた $M_{pk}$ は式(2)により検討され、 $\lambda_k^s > \lambda$ になるまで繰返す。その結果は図-4および図-5に示す通りで、最終的な設計塑性モーメントは表-1のようになり、比例荷重の場合に比し増大することが確認された。

5. 結言 本法は変動繰返し荷重を受ける場合の終局荷重に耐えうるよう、構造物の最終脆弱部を見つけ出しては、それを逐次補強していく設計法である。なお、上記例題では断面2次モーメント $I_{rk}$ が $M_{pk}$ と無関係のように取り扱ったが、実際には $I_{rk}$ も $M_{pk}$ の従属関係にあり、この場合も別途検討したが、これについては当日発表する。

参考文献

- 1) 福本吉田; くり返し荷重による連続桁橋のたわみ安定性について, 土木学会論文集, 第20号, S.408
- 2) J. Heyman; Minimum Weight of Frames under Shakedown Loading, ASCE, Vol. 84, EM. 4, Oct. 1958.
- 3) M. Z. Cohn, S.K. Ghosh, S.R. Parimi; Unified Approach to Theory of Plastic Structures, ASCE, Vol. 98, EM 5, Oct. 1972.
- 4) N. Ishikawa; Iterative Optimal Plastic Design of Steel Frames, Proc. of JSCE, No. 237, May 1975.

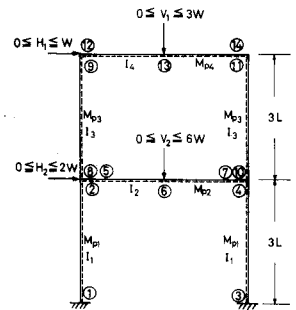


図-2 構造形式

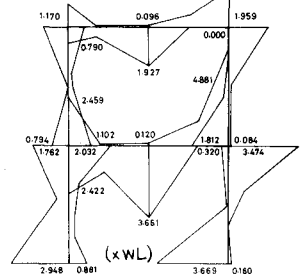


図-3 弾性包絡モーメント

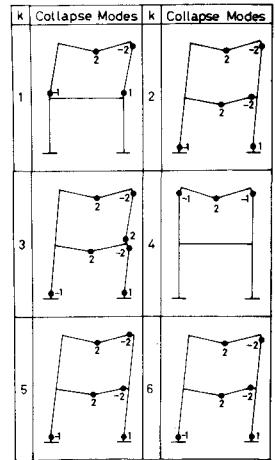


図-4 漸増崩壊機構

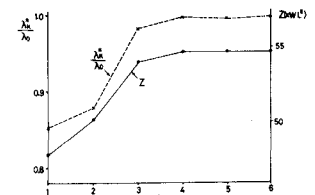


図-5 崩壊機構 $k$ に対する荷重係数比( $\lambda_k^s / \lambda$ )

表-1 最終の設計結果

Design Loading Variable	$M_1/WL$	$M_2/WL$	$M_3/WL$	$M_4/WL$	$Z/WL$
(a) Variable repeated	3.19	4.53	1.75	1.75	54.7
(b) Proportional	3.00	4.50	1.50	1.50	51.0
(a) - (b) $\times 100$ (%)	6.3	0.6	16.4	16.4	7.3