I-315　骨組構造物の塑性設計法に関する一考察

京都大学　正員　白石成人
京都大学　正員　谷口健男
京都大学　学生員○古田　均

1. まえがき

巨大構造系の設計では、制約条件式、状態変数の増加に加えて設計変数の増加が起こり、一般に計算時間の飛躍的な増大、解の収束性の劣化という問題が生じる。いま、塑性設計に限れば、LPを有効に用いた種々の動的解法による有用な方法が提案されているが、本研究ではNLPを用いる弾性設計と関連をもたせるために、分割法の概念を用い、部分構造物を扱うことにより、制約式、設計変数の減少を行ない、近似的に解を求める方法を提案する。その手法としては Inputの容易さ、系統的な形から静的解法を用いる。

2. 基礎式

静的解法に基きまず平衡式を立てる。

$$P' = T_B A^t T_A^{-1} P \qquad (1)$$

P'：節点外力　P：部材端力　T_A：部材変換行列
T_B：節点変換行列　A：Branch Node Incidence Matrix

ここで任意の点を適当に切断し、静定基本系を考え、そこに仮想の不静定力 q を導入すると、部材端力 P は Node-to-datum Path Matrix B_T を用いることにより次のように表わせる。

$$P = H T_A B_T T_B^t \hat{P}' \qquad (2)$$

ここでHは曲げに関する項を取り出す変換行列であり、$\hat{P}'$は不静定力 q を含む拡張された節点外力である。
次に各部材端での降伏条件を考え、その制約内で最小重量を与える設計変数の値を求める。この場合設計変数としては各部材の全塑性モーメントをとり、LPを用いることを前提としてその重量は全塑性モーメント M_{pj} の一次式として表わされると仮定する。この時塑性設計は次のように定式化される。

$$\text{Minimize}\quad W = K\sum_{j=1}^{m} M_{pj}\, l_j \qquad (3)$$
$$\text{subject to}\quad M_{pj} \geq P_j \qquad (j=1,2,\cdots,m)$$

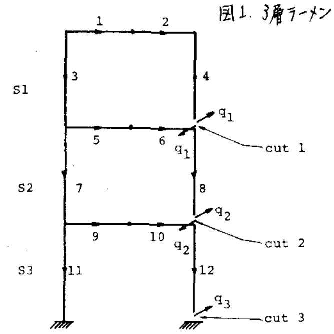
ここで、Wは総重量、l_j は j-th部材の長さ、Kは定数、mは部材数である。しかし、実際にLPを実行する場合、P_j は正、負の値をもつので、適当な人工変数を導入し、2-phase 問題になおして解かねばならない。

3. 分割塑性設計法

一般に分割塑性設計を行なう場合、動的解法によると各部分系に関する崩壊機構のみを取出し、上部からの荷重を考慮し、その隣接する部材からの影響をその全塑性モーメントを外力の仕事量に含めることにより設計を行なう。[1] この方法によると動的解法の性質からその安全性は保証されるが、隣接した系の崩壊モードの影響は考慮されておらず、非常に安全側の値になる場合が考えられる。本研究では、各部分系間の相互影響は未知数の不静定力を導入することにより考慮されている。これは部分系の設計変数と同時に求められるもので、崩壊モードの影響をある程度下層へ伝達させうるものである。
いま(2)式の $\hat{P}'$ を荷重係数λ（設計では与えられる）と不静定力 q で表わすと、部材端力 P は行列D（次元数を合わすために適当に縮合されている）を用いることにより次のようになる。

$$P = D\begin{bmatrix}\lambda\\ q\end{bmatrix} \qquad (4)$$

図1. 3層ラーメン



ここで図1の3層ラーメンを例にとりD行列を求めると、

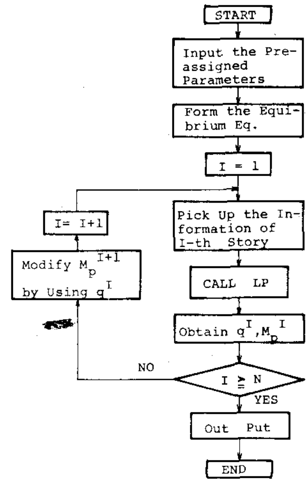
$$
D = \begin{array}{c} \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc} \lambda & q_1 & q_2 & q_3 \end{array} \\
\left[\begin{array}{cccc} A_1 & B_1 & 0 & 0 \\ A_2 & B_1' & B_2 & 0 \\ A_3 & 0 & B_2' & B_3 \end{array}\right]
\end{array} \qquad (5)
$$

となり、(3)式の制約条件式は

$$
\left.\begin{array}{l}
M_{p1} - B_1 q_1 \geq A_1 \lambda \\
M_{p2} - B_2 q_2 \geq A_2 \lambda + B_1' q_1 \\
M_{p3} - B_3 q_3 \geq A_3 \lambda + B_2' q_2
\end{array}\right\} \qquad (6)
$$

となる。ここで全く独立と考えられる最上層より設計を行ない、最小重量を与える未知数M_{p1}とq_1を求める。次にこの不静定力q_1を用い、2番目の層の設計を行なうことによりM_2, q_2を求める。同様の操作を最下層まで行なう。この過程を図2の Macro Flow Chart に示す。一般に構造系の分割によりその設計空間も分割されることになる。本方法では重要と思われる部分空間を取出し、連続的に前の段階の影響を考慮しその各々を修正することにより解を求めている。もし系が複雑であれば独立に扱うことができる部分空間を取出すことは非常に難しく、たとえ回数は少なくとも反復操作を利用しなくてはならない。しかし、今回扱っている高層骨組は各層がその隣接する上、下層のみにしか結合されておらず、崩壊機構を見出すのに有利な形をしている。このことは各層に関する多くの独立な崩壊機構が存在することからも明らかであり、反復操作を含まない本方法がかなりの精度をもつことを示している。

図-2 Macro Flow Chart of Piecewise Plastic Design



4. 数値計算結果

図1に示した3層ラーメンについて計算を行ない、分割法と全体系として解いた場合の比較を行なった。結果を表1に示す。鉛直荷重と水平荷重との比をパラメーターβで表わす。それぞれ $\beta=0.2$, $\beta=2.0$, $\beta=5.0$ の *panel, combined, beam mechanism* が支配的と思われる3つの荷重状態を想定している。計算結果によると、$\beta=0.2$の場合、両者の解は完全に一致しており層間の相互影響が正確に伝達されていることがわかる。また$\beta=5.0$の場合、最も値にひらきがあるがその重量の相違は2%である。$\beta=2.0$の場合、一層目は全体解よりその重量は少なく、2層目でその剛性不足が補われており、3層目は全体解とほぼ同じ値を示している。

表1. 3層ラーメンの数値計算結果

	β = 0.2		β = 2.0		β = 5.0	
	Whole M.	Proposed M.	Whole M.	Proposed M.	Whole M.	Proposed M.
x_1	100	100	300	167	375	550
x_2	100	100	100	167	375	200
x_3	300	300	300	366	575	516
x_4	200	200	200	200	200	316
x_5	500	500	500	400	584	660
x_6	300	300	300	299	384	344
weight	255000	255000	285000	288000	421900	430900
Limit F	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0
Cal.Time	6.2 sec	3.0	5.6	2.9	5.7	2.9

5. 結論及び今後の課題

高層骨組の形状特性に注目をし、Storywise Design による近似法を提案した。全体として解くよりも計算時間は半分以下となり、その重量の相違も十分許容できる範囲にあると思われる。また塑性解析により安全性の検討を行なった結果、降伏する箇所は全体解より少なくなり、この意味では重量の増加が安全性に寄与しているものと思われる。また各層が複雑な系となるならば、前回示した[2]ように Upper Bound Technique を用いることによるLP演算の改善も期待できると思われる。今回は単純塑性理論を用いたが、軸力の効果も適当な"yield surface"を導入し、それを適当に線形化することにより容易に含めることができる。最後に今後の課題として、高層骨組では無視できないP-Δ効果を何如に有効に導入するかということが考えられる。

参考文献 1) R.A. Ridha & R.N. Wright, "Minimum Cost Design of Frames", Proc. ASCE, ST. 1967

2) 小西・白石・吉田, "骨組構造物の塑性解析に関する2・3の考察", 昭和40年度 関西支部年次講演概要