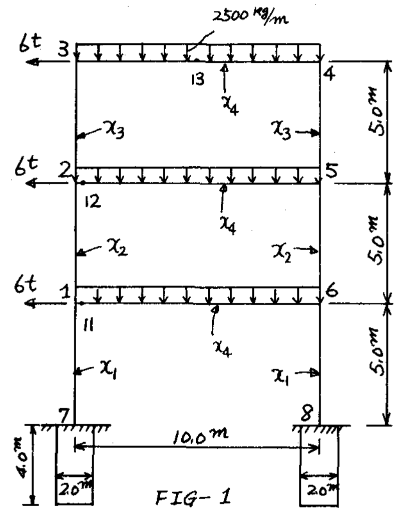
I -313　　基礎の条件を考慮した多層ラーメンの最適設計

信州大学工学部　正員　○小山　建
〃　　　　　　　正員　長　　尚

1. まえがき　　静的な荷重系に対する，ラーメンの許容応力度設計を基礎の条件を考慮して行なうものである。設計の条件は，ある決められた荷重系に対してラーメン全体の鋼重が最も軽くなるものとする，いわゆる最小重量設計を行なう。その際，基礎の条件を，垂直方向の地盤のバネ定数をパラメータにして考慮しそれの変化が設計にどのような影響を及ぼすのかを考察するものである。

2. 設計モデル　　考察するモデルとしては，FIG－1で示されるような多層ラーメン構造物を考える。荷重系としては，地震時において設計震度0.2とした場合に考えられる水平荷重と，等分布荷重が載荷されている条件を考える。



FIG－1

3. 構造解析および定式化　　一般に変位ベクトル$\mathbb{U}$と剛性マトリクス$\mathbb{K}$，荷重ベクトル$\mathbb{P}$との間には　$\mathbb{P}=\mathbb{K}\cdot\mathbb{U}$　なる関係がある。後述するように，SLPによる定式化過程において，$\mathbb{U}$のグラディエントを求める必要が生ずる。$\nabla\mathbb{U}=\nabla(\mathbb{K}^{-1}\mathbb{P})$　より$\nabla\mathbb{U}$が求まる。$\nabla\mathbb{K}^{-1}=-\mathbb{K}^{-1}\nabla\mathbb{K}\mathbb{K}^{-1}$であるから結局上式は次のように簡単になる。$\nabla\mathbb{U}=-\mathbb{K}^{-1}\nabla\mathbb{K}\mathbb{U}$。今制約条件として，ある点の応力が許容応力度　σ_{all}　より小さいという条件と，またある点の変位が，許容変位　δ_{all}　より小さいという条件とすると，制約条件は次式で表わされる。$\sigma_j-\sigma_{all}\leq 0$，$(j=1,\cdots\cdots,M)\cdots\cdots(1)$。$\delta_k-\delta_{all}\leq 0$，$(k=1,\cdots\cdots,L)\cdots\cdots(2)$。一般に(1)および(2)は，設計変数 $\mathbb{X}$ について非線形となる。そこでLPを行なう上で，(1)，(2)式を線形化する必要がある。今上式をある値$\mathbb{X}^0$の近傍で線形化してみると次式のようになる。$(\sigma_j-\sigma_{all})^0+\sigma_{j,i}\Delta x_i\leq 0$　$(i=1,\cdots\cdots,n)\cdots\cdots(3)$。$(\delta_k-\delta_{all})^0+\delta_{k,i}\Delta x_i\leq 0\cdots\cdots(4)$。ここに，$\Delta x_i=x_i-x_i^0$，$\sigma_{j,i}=\partial\sigma_j/\partial x_i$，$\delta_{k,i}=\partial\delta_k/\partial x_i$である。ところで，$\sigma_j=\pm M_j f(x_m)+N_j g(x_m)$であるから結局 $M_{j,i}$ および $N_{j,i}$ を求める必要がある。ただし，$f(x)$，$g(x)$はそれぞれモーメント，軸力に関する断面定数である。$M=[k][a]\mathbb{U}$　であるから　$\nabla M=[k][a]\nabla\mathbb{U}+[\nabla k][a]\mathbb{U}$　となり，前述の通り$\nabla\mathbb{U}$が求められればよいことになる。なお変位制約条件式についても同様である。ここに$[a]$は座標変換マトリクスである。(3)式について書き下ろすと次式になる。

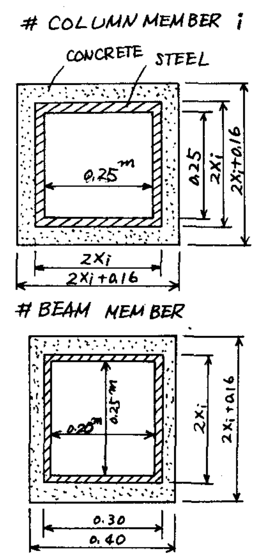
$$\{N_j g(x_m)\pm M_j f(x_m)-\sigma_{all}\}^0+\alpha\{[k][a](-\mathbb{K}^{-1})\mathbb{K}_{,i}\mathbb{U}+[k]_{,i}[a]\mathbb{U}\delta_{im}F(x_k)+[k][a]\mathbb{U}F_{,i}\delta_{im}\}\cdots\cdots(5)$$

ここにδ_{im}：クロネッカーのデルタ。$F(x_k)$は一般的な関数とする。(4)式についても同様である。以上により制約条件式についてのSLPのための定式化はできたことになる。次に目的関数であるが，今の場合最小重量設計を目ざすものであるから次式で表わされる。$J=\rho A_i l_i$　$(i=1,\cdots\cdots n)$。ここであるA$_i$はFIG－2を参照して例えば$A_i=4(x_i^2-b^2)$で表わされるので評価関数 J も また変数 x_i について非線形となる。ここに　A_i：断面積，ρ：鋼の密度，l_i：部材長さである。よって評価関数も制約条件式と同様に線形化する必要がある。

4. 最適化手法　　非線形な最適化問題に対しては種々の方法があるが，本論文に用いる手法はSLP法である。この手法は，制約条件式および設計変数が多くなると，電子計算機容量および計算時間の点からいってあま

り得策とは言い難いが，非線形計画問題では非常に有効な手法の一つである。一般に，SLP法を用いる場合，制約条件式が多くない方が良いので，ある種のキャリブレーションを行なう。ここでは MOVELIMIT と変数の上限値，下限値についての制約条件を減ずる方法[1]について簡単に説明する。$g_j(x^\circ) + \nabla g_j(x^\circ)\Delta x \leq 0$ ……(6)，$x_l \leq x \leq x_u$ ……(7)，$|\Delta x| \leq l$ ……(8)。 ここで式（7）と式（8）を同時に満足する新しい MOVELIMIT t_l，t_u を，$t_l \equiv \min\{l, x^\circ - x_l\}$，$t_u \equiv \min\{l, x_u - x^\circ\}$ で定義すると結局（6），（7）式は $\nabla g_j(x^\circ)\cdot\Delta x^* \leq \nabla g_j(x^\circ) t_l - g_j(x^\circ)$ ……(9)，$\Delta x^* \leq d$ ……(10) となる。ここに $\Delta x^* = \Delta x + t_l$ ……(11)，$d = t_l + t_u$ ……(12) である。以上のキャリブレーションにより（7），（8）式をそのまゝ用いれば制約条件式として $4n$ 必要であるのが，式（10）の n ですむことになり，制約条件式を減ずることができるのである。

5. 計算結果および考察　　計算例として FIG-2のような断面を有する3層ラーメン構造物について最適弾性設計を行なった。柱の部材は正方形断面として，各層ごとの設計変数を x_1, x_2, x_3 とし，はり部材については部材の高さのみを変数として x_4 とする。図の斜線部分は STEEL としその外側をコンクリートで巻いたものを考えた。この場合，応力状態は STEEL の縁応力を考え，コンクリートは応力を受け持つことは出来ず，変形に関しての剛性を増す役割を有するものとする。さらにこの構造物の基礎について地盤係数 k_V をパラメータにして条件の変化による最適解の検討を行なった。なお基礎を一本の垂直方向，水平方向，回転ばねに換算するとそれぞれ次式で表わされる[2]。 垂直バネ $K_V = 4A_x \cdot B_x \cdot k_V$，水平バネ $K_H = 4A_x D_F k_{HS} + 4A_x B_x k_{HB}$，回転バネ $K_R = 4/3 \cdot A_x B_x^3 \cdot k_V + D_F/3 \cdot (D_F^2/4 + 3E^2) \cdot 2A_x k_{HS}$。ここに k_{HS}：基礎の側面の水平地盤係数，k_{HB}：底面の水平地盤係数，k_V：底面の垂直方向の地盤係数としまたEはこの合成バネが基礎の重心よりEだけの偏りを表わすものである。なお A_x, B_x は底面の幅と奥行の長さの半分および D_F は深さを表わすものである。応力を考える点は，7，1，2，3の柱およびはりの材端応力および最上部はりの中央点応力，また3点の水平方向変位とする。種々な地盤係数についての結果を TABLE－1 にのせる。ただし前述の $\sigma_{all} = 1400\ kg/cm^2$，$\delta_{all} = 35^{mm}$ とするものである。この結果から次の事がいえる。①地盤係数 k_V がかなり軟かいもの，つまり $k_V = 5\ kg/cm^3$，$10\ kg/cm^3$ のときには，当然の事ながら変位制限がきいてくる。②地盤係数が中位のもの以上については応力制約のみがきいてくる。③ $k_V = 25\ kg/cm^3$ に対するものが重量が一番小さい。従って以上の事から①通常建設される $k_V = 20\ kg/cm^3$ 以上の地盤の場合には，変位制約を考慮することなしに最小重量設計を行なっても良い事。②かなり軟かいと思われる地盤（$k_V = 5 \sim 10\ kg/cm^3$）についても決められた制約の中では最小重量設計を行なうことができる事。③あまり軟かい地盤，またあまり堅い地盤のときよりはある中位の堅さの地盤において最も重量が軽くなっている。これは中位の地盤のとき発生する応力のバランスが最もよくとれているからである。



FIG－2

TABLE－1

MOVELIMIT = 0.5^{cm}　$E_S = 2.1\times10^6\ kg/cm^2$，$E_C = 3.0\times10^5\ kg/cm^2$

k_V	制約一杯の点	x_7	x_2	x_3	x_4	目的関数	全重量
$5\ kg/cm^3$	$7^*, 1^*, 2^*, 3^{**}$	0.1511^m	0.1451^m	0.1385^m	0.1960	0.2524^{m^2}	15.00^t
10 〃	〃	0.1528	0.1451	0.1387	0.1869	0.2458 〃	14.30 〃
25 〃	$7^*, 1^*, 2^*, 11^*$	0.1540	0.1451	0.1387	0.1822	0.2432	13.96
50 〃	$7^*, 1^*, 2^*$	0.1539	0.1450	0.1387	0.1872	0.2488	14.39
∞	〃	0.1543	0.1450	0.1387	0.1863	0.2487	14.38

＊…応力制限一杯の点，＊＊…変位制限一杯の点

6. 参考文献

1) 長　尚「変断面連続ばりの最適設計」第29回 土木学会年次講演概要集
2) 小山 健「ラーメンの動的問題に関する研究」昭和50年度中部支部学会講演概要集